

Министерство образования Рязанской области  
ОГБПОУ «Касимовский техникум водного транспорта»

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**  
**для студентов по проведению практических занятий**

**дисциплины: «Статистика»**

**Подготовила: преподаватель Свирина И.А.**

Касимов

2023

РАССМОТРЕНО

на заседании цикловой комиссии спец.

дисциплин

ОГБПОУ «Касимовский техникум водного

транспорта»

Протокол № \_\_\_\_\_ г.

Председатель ЦМК

\_\_\_\_\_ /

/

Автор: И.А Свирина, преподаватель математики и спец. дисциплин

Рецензент:

Методические указания по выполнению практических работ учебной дисциплины общепрофессионального цикла «Статистика» разработаны на основе Федерального государственного образовательного стандарта (далее – ФГОС) по специальности среднего профессионального образования 38.02.07 «Банковское дело».

В методической разработке представлен материал в помощь студентам в подготовке и выполнении практических работ, а также облегчить работу преподавателя по организации и проведению практических занятий.

В методических указаниях определены цели и задачи выполнения практических занятий,дается план проведения и порядок оформления работ.

Текущие практические занятия представлены в логической последовательности, согласно учебному плану. Дано подробное описание конкретного практического занятия, контрольные вопросы или дополнительное задание к работе.

## **Содержание**

|  |    |
|--|----|
| Пояснительная записка.....   | 4  |
| Методические указания по проведению практического занятия № 1<br>" Проведение сводки и группировки статистических данных".....                                   | 5  |
| Методические указания по проведению практического занятия № 2<br>«Построение рядов распределения и их графическое изображение».....                              | 10 |
| Методические указания по проведению практического занятия № 3<br>«Определение относительных показателей и анализ полученных результатов».....                    | 13 |
| Методические указания по проведению практического занятия № 4<br>«Определение среднего уровня изучаемого явления и анализ полученных результатов».....           | 15 |
| Методические указания по проведению практического занятия № 5<br>« Расчет структурных средних показателей».....  | 25 |
| Методические указания по проведению практического занятия № 6<br>« Анализ динамики изучаемого явления».....  | 28 |
| Методические указания по проведению практического занятия № 7<br>«Анализ основной тенденции ряда динамики».....  | 31 |
| Методические указания по проведению практического занятия № 8<br>«Расчет средних индексов».....  | 34 |
| Методические указания по проведению практического занятия № 9<br>« Расчет индивидуальных и агрегатных индексов ».....  | 41 |
| Методические указания по проведению практического занятия № 10<br>« Применение индексов в анализе динамики средних уровней».....                                 | 44 |
| Методические указания по проведению практического занятия № 11<br>« Ошибки выборочного наблюдения. Корректировка выборки» .....                                  | 58 |
| Методические указания по проведению практического занятия № 12<br>" Уравнение регрессии, определение его параметров. Изучение тесноты корреляционной связи»..... | 69 |
| Методические указания по проведению практического занятия № 13<br>" Построение уравнения линейной регрессии».....  | 71 |
| Литература.....  | 73 |

## **Пояснительная записка**

Практическое занятие - это форма организации учебного процесса, предполагающая выполнение обучающимися по заданию и под руководством преподавателя одной или нескольких практических работ.

Дидактическая цель практических работ - формирование у обучающихся профессиональных умений, а также практических умений, необходимых для изучения последующих учебных дисциплин, подготовка к применению этих умений в профессиональной деятельности.

Так, на практических занятиях по дисциплине «Статистика» у обучающихся формируется умение решать задачи, которое в дальнейшем должно быть использовано для решения профессиональных задач по специальным дисциплинам.

В ходе практических работ обучающиеся овладевают умениями пользоваться информационными источниками, работать с нормативными документами и инструктивными материалами, справочниками, выполнять схемы, таблицы, решать разного рода задачи, делать вычисления.

Задачи, которые решаются в ходе практических занятий по дисциплине «Статистика»:

1) расширение и закрепление теоретических знаний по статистике, полученных в ходе лекционных занятий;

2) формирование у обучающихся практических умений и навыков, необходимых для успешного решения задач по статистике;

3) развитие у обучающихся потребности в самообразовании и совершенствовании знаний и умений в процессе изучения статистики;

4) формирование творческого отношения и исследовательского подхода в процессе изучения дисциплины;

5) формирование профессионально-значимых качеств будущего специалиста и навыков приложения полученных знаний в профессиональной сфере.

### **Критерии оценки:**

Ответ оценивается отметкой «5», если:

- работа выполнена полностью;
- в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;
- в решении нет математических или статистических ошибок (возможны некоторые неточности, описки, которые не являются следствием незнания или непонимания учебного материала).

Отметка «4» ставится в следующих случаях:

- работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);
- допущены одна ошибка, или есть два – три недочёта в выкладках, чертежах или таблицах (если эти виды работ не являлись специальным объектом проверки).

Отметка «3» ставится, если:

- допущено не более двух ошибок или более двух – трех недочетов в выкладках, чертежах или таблицах, но обучающийся обладает обязательными умениями по проверяемой теме.

Отметка «2» ставится, если:

- допущены существенные ошибки, показавшие, что обучающийся не обладает обязательными умениями по данной теме в полной мере.

Преподаватель может повысить отметку за оригинальный ответ на вопрос или оригинальное решение задачи, которые свидетельствуют о высоком математическом развитии обучающегося; за решение более сложной задачи или ответ на более сложный вопрос, предложенные обучающемуся дополнительно после выполнения им каких-либо других заданий.

## *Практическое занятие № 1*

### **Тема: Проведение сводки и группировки статистических данных**

**Цель:** - научиться производить сводку, группировку и перегруппировку статистических данных.

**Обеспечение практического занятия:**

- задания для выполнения работы.

**В результате выполнения данной работы у студента должны формироваться общие и профессиональные компетенции.**

**В результате выполнения данной работы студент должен**

**уметь:**

- выполнять простую сводку, структурную, аналитическую, комбинированную группировку и перегруппировку данных;

**знать:**

- принципы построения статистических группировок.

Основной частью практической работы со студентами является построение структурной и аналитической группировок на основе заранее подготовленной преподавателем матрицы исходных данных, содержащей индивидуальные данные о сравнительно небольшом числе единиц (10) совокупности и двух-трех показателях в статике.

В ходе выполнения практической работы закрепляются способы определения необходимого числа групп и ширины интервала, построения структурной и аналитической группировок.

### **МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

Построение группировки начинается с определения состава группировочных признаков.

*Группированным признаком* называется признак, по которому проводится разбиение единиц совокупности на отдельные группы.

После того как определено основание группировки, следует решить вопрос о количестве групп, на которые надо разбить исследуемую совокупность.

Определение числа групп можно осуществить математическим путем с использованием формулы Стерджесса:

$$n = 1 + 3,322 \cdot \lg N,$$

где  $n$  — число групп;

$N$  — число единиц совокупности.

Когда определено число групп, то следует определить интервалы группировки.

*Интервал* — это значение варьирующего признака, лежащее в определенных границах. Каждый интервал имеет свою величину, верхнюю и нижнюю границы или хотя бы одну из них. *Нижней границей* интервала называется наименьшее значение признака в интервале, а *верхней границей* — наибольшее значение признака в интервале. Величина интервала представляет собой разность между верхней и нижней границами интервала.

Интервалы группировки в зависимости от их величины бывают равные и неравные.

Величина равного интервала определяется по следующей формуле:

$$h = \frac{R}{n} = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n},$$

где  $x_{\max}$ , и  $x_{\min}$  — максимальное и минимальное значения признака в совокупности;  $n$  — число групп.

### **Правила округления шага интервала**

Если величина интервала имеет один знак до запятой, то полученные значения целесообразно округлить до десятых.

Если рассчитанная величина интервала имеет две значащие цифры до запятой и несколько знаков после запятой, то это значение необходимо округлить до целого числа

Если рассчитанная величина интервала представляет собой трехзначное, четырехзначное и так далее число, то следует округлить до ближайшего числа, кратного 100 или 50.

Интервалы группировок могут быть закрытыми и открытыми.

*Закрытыми* называются интервалы, у которых имеются верхняя и нижняя границы. У *открытых* интервалов указана только одна граница: верхняя — у первого, нижняя — у последнего.

При обозначении границ может возникнуть вопрос, в какую группу включать единицы объекта, значения признака у которых совпадают с границами интервалов. Рекомендуется руководствоваться принципом:

нижняя граница - «включительно», а верхняя — «исключительно».

Произведем анализ 10 предприятий, применяя метод группировок.

1. *Построим структурную группировку.*

В качестве группировочного признака возьмем уставный капитал.

Образуем четыре группы банков с равными интервалами.

Величину интервала определим по формуле

$$h = \frac{R}{n} = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n},$$

Обозначим границы групп:

Группа                                  Граница

1-я

2-я

3-я

4-я

Распределив предприятия по группам, подсчитаем число предприятий в каждой из них. Техника подсчета следующая: необходимо сделать выборку предприятий по величине, например, уставного капитала и распределить их по полученным выше группам. При этом каждая вертикальная палочка будет соответствовать одной единице совокупности, т. е. одному предприятию.

Группы предприятий  
по величине уставного  
капитала, млрд. руб.

Число предприятий

После того как определен группировочный признак — уставный капитал, задано число групп - 4 и образованы сами группы, необходимо отобрать показатели, которые характеризуют группы, и определить их объемные показатели по каждой группе. Показатели, характеризующие предприятия, разносятся по указанным группам, и подсчитываются итоги по группам в разработочной таблице. Затем результаты группировки заносятся в сводную таблицу.

| Номер группы | Группы предприятий по величине уставного капитала | номер предприятия | Показатель | Показатель |
|--------------|---|-------------------|------------|------------|
| 1            |   |                   |            |            |
|              | Итого   |                   |            |            |
| 2            |   |                   |            |            |
|              | Итого   |                   |            |            |
| 3            |   |                   |            |            |
|              | Итого   |                   |            |            |
| 4            |   |                   |            |            |
|              | Итого   |                   |            |            |
|              | Всего   |                   |            |            |

Сводная таблица имеет то же количество граф, но в нее переносятся только итоговые строки. Графа номер предприятия будет называться количеством предприятий.

2. Построим аналитическую группировку. В качестве факторного (группировочного) признака примем уставный капитал, а результативного признака — работающие активы.

Порядок действий будет аналогичен. Итоговая таблица будет иметь вид

| Номер группы | Группы предприятий по величине уставного капитала | Количество предприятий | Показатель |                            |
|--------------|---|------------------------|------------|----------------------------|
|              |   |                        | всего      | в среднем на 1 предприятие |
| 1            |   |                        |            |                            |
| 2            |   |                        |            |                            |
| 3            |   |                        |            |                            |
| 4            |   |                        |            |                            |
|              | Всего   |                        |            |                            |

### Задание 1.

Основные показатели деятельности 30 коммерческих банков одного из регионов России на 1 января 2007г. представлены в табл. 1.

Таблица 1.

#### **Основные показатели деятельности банков**

| № банка | Сумма активов баланса, тыс. руб. | Численность занятых, человек | Балансовая прибыль, тыс. руб. |
|---------|----------------------------------|------------------------------|-------------------------------|
| 1       | 570                              | 95                           | 75                            |

|    |       |     |       |
|----|-------|-----|-------|
| 2  | 1 050 | 98  | 108   |
| 3  | 6 470 | 418 | 2 031 |
| 4  | 3 910 | 278 | 342   |
| 5  | 2 000 | 205 | 283   |
| 6  | 4 150 | 302 | 1 341 |
| 7  | 1 760 | 178 | 186   |
| 8  | 3 840 | 270 | 421   |
| 9  | 2 330 | 201 | 264   |
| 10 | 5 480 | 308 | 1 424 |
| 11 | 480   | 72  | 55    |
| 12 | 1 120 | 94  | 147   |
| 13 | 3 540 | 205 | 345   |
| 14 | 2 150 | 144 | 247   |
| 15 | 3 780 | 294 | 485   |
| 16 | 4 750 | 297 | 1 152 |
| 17 | 830   | 87  | 94    |
| 18 | 6 940 | 422 | 1 980 |
| 19 | 2 710 | 198 | 258   |
| 20 | 3 660 | 254 | 365   |
| 21 | 3 820 | 300 | 334   |
| 22 | 780   | 144 | 125   |
| 23 | 7 010 | 500 | 2 053 |
| 24 | 2 980 | 250 | 300   |
| 25 | 1 980 | 184 | 185   |
| 26 | 3 120 | 214 | 289   |
| 27 | 580   | 100 | 155   |

|    |       |     |       |
|----|-------|-----|-------|
| 28 | 2 480 | 196 | 197   |
| 29 | 5 520 | 350 | 1 705 |
| 30 | 3 370 | 199 | 320   |

В качестве группировочного признака взять сумму активов баланса и по этому показателю построить ранжированный ряд от минимального значения до максимального, результаты представить в табл. 2.

Таблица 2.

**Ранжированные показатели деятельности банков**

| №<br>банка                 | Сумма активов<br>баланса, тыс. руб. | Численность<br>занятых, человек | Балансовая прибыль,<br>тыс. руб. |
|----------------------------|-------------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|
| 1 группа<br><br>От...до... |                                     |                                 |                                  |
| Итого по 1<br>группе       |                                     |                                 |                                  |
| И т.д.                     |                                     |                                 |                                  |
| В целом по<br>совокупности |                                     |                                 |                                  |

**Задание:**

**1.** По данным табл. 1 постройте комбинированную группировку коммерческих банков по двум признакам: сумме активов баланса и численности занятых работников. По каждой группе и подгруппе определите число банков, сумму активов баланса, численность занятых работников и величину балансовой прибыли. Результаты группировки оформите в виде таблицы и сформулируйте вывод.

**2.** По данным табл. 1 постройте группировку коммерческих банков по результативному признаку: величина балансовой прибыли. По каждой группировке определите число банков, величину балансовой прибыли, сумму активов баланса, численность занятых работников. Результаты группировки оформите в виде таблицы и сформулируйте вывод.

**3.** На основании результатов задания 2 постройте вторичную группировку, проведя укрупнение первоначальных интервалов, выделив по величине балансовой прибыли мелкие, средние и крупные банки.

## **Задание 2.**

Ответьте на контрольные вопросы:

1. Что такое сводка? Какой бывает сводка по форме обработки материала?
2. Какие существуют виды статистических группировок?
3. Как определить число групп по статистической совокупности при проведении статистической группировки?

## *Практическое занятие № 2*

### **Тема: Построение рядов распределения и их графическое изображение**

**Цель:** - научиться строить ряды распределения и изображать их графически.

**Обеспечение практического занятия:**

- задания для выполнения работы.

**В результате выполнения данной работы у студента должны формироваться общие и профессиональные компетенции.**

**В результате выполнения данной работы студент должен уметь:**

- строить ряды распределения и изображать их графически;

**знать:**

-принципы построения рядов распределения.

### **МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

Вспомните основные понятия, относящиеся к данной теме:

- ряд распределения

-элементы ряда распределения (варианты и частоты, частости)

-атрибутивные ряды распределения

- вариационные ряды распределения

-дискретные и интервальные вариационные ряды

-накопленные частоты

-виды графиков, применяемых для изображения вариационных рядов (полигон распределения, гистограмма, кумулята, огива).

#### **Алгоритм построения дискретного вариационного ряда**

1. Выберете из имеющихся данных все числовые варианты изучаемого признака и расположите их в порядке возрастания.
2. Посчитайте, сколько раз встречается каждый вариант
3. Посчитайте долю каждого варианта в общем объеме совокупности
4. Посчитайте накопленные частоты
5. Результаты оформите в виде статистической таблицы

| варианты изучаемого признака | частоты                | частости           | накопленные частоты |
|------------------------------|------------------------|--------------------|---------------------|
| .....                        | <i>количество.....</i> | <i>в % к итогу</i> |                     |
|                              |                        |                    |                     |

6. Постройте полигон распределения: в прямоугольной системе координат постройте точки, абсциссы которых - варианты, а ординаты - частоты, а затем соедините их отрезки прямой, получив ломаную линию.

7. Постройте кумуляту: в прямоугольной системе координат постройте точки, абсциссы которых - варианты, а ординаты – накопленные частоты, а затем соедините их отрезки прямой, получив ломаную линию.

8. Сделайте выводы.

## **Алгоритм построения интервального вариационного ряда**

*Принципы построения интервальных рядов распределения аналогичны принципам построения статистических группировок!*

1. Выберете группировочный признак.
2. Определите размах вариации.
3. Определите число групп.
4. Определите шаг (величину) интервала группировки.
5. Постройте интервалы группировки.
6. Распределите имеющиеся варианты изучаемого признака по группам и посчитайте количество вариантов, попавших в каждую группу.
7. Посчитайте долю каждого варианта в общем объеме совокупности.
8. Посчитайте накопленные частоты
9. Результаты оформите в виде статистической таблицы

| варианты<br>изучаемого признака<br><i>группы ... по.....</i> | частоты<br><i>количество .....</i> | частости<br><i>в % к итогу</i> | <i>накопленные<br/>частоты</i> |
|--|------------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|
|  |                                    |                                |                                |

10. Постройте гистограмму: в прямоугольной системе координат постройте столбики с основаниями, равными ширине интервалов, и высотой, соответствующей частоте.
11. Постройте кумуляту: в прямоугольной системе координат по оси абсцисс откладываются варианты, а по оси ординат – накопленные частоты, которые наносятся на поле графика в виде перпендикуляров к оси абсцисс в верхних границах интервала.
12. Постройте огиву, поменяв местами оси абсцисс и ординат.
13. Сделайте выводы.

### **Задание 1.**

Имеются данные о распределение семей города по количеству детей в семье.

| № п/п | Группы семей по количеству детей | Число семей, тыс. ед. |
|-------|----------------------------------|-----------------------|
| 1     | 1                                | 18                    |
| 2     | 2                                | 15                    |
| 3     | 3                                | 8                     |
| 4     | 4                                | 3                     |
| 5     | 5                                | 1                     |
|       | Итого                            | 45                    |

Изобразите графически данные ряда распределения, сделайте выводы.

**Задание 2.**

Имеются данные о распределение предприятий по величине товарооборота за 200X г.

| № п/п | Группы предприятий по величине товарооборота<br>млн.руб. | Число предприятий |
|-------|--|-------------------|
| 1     | от 2 до 4  | 80                |
| 2     | от 4 до 6  | 100               |
| 3     | от 6 до 8  | 60                |
| 4     | от 8 до 10   | 40                |
| 5     | от 10 до 12  | 15                |
|       | Итого  | 295               |

Изобразите графически данные ряда распределения. Сделайте вывод.

**Задание 3.**

На основании данных задания 2 изобразите графически накопленные частоты по величине товарооборота:

- а) кумуляту
- б) огиву

**Задание 4.**

Ответьте на контрольные вопросы:

- 4.1 Что такое статистический ряд распределения , из чего он состоит?
- 4.2 Какими бывают ряды распределения в зависимости от признака?
- 4.3 В чём различие между дискретными и вариационными статистическими рядами?

## *Практическое занятие № 3*

**Тема: Определение относительных показателей и анализ полученных результатов**

**Цель:** - научиться рассчитывать абсолютные и относительные показатели вариации по несгруппированным и сгруппированным данным.

**Обеспечение практического занятия:**

- задание для выполнения работы.

**В результате выполнения данной работы у студента должны формироваться общие и профессиональные компетенции.**

**В результате выполнения данной работы студент должен**

**уметь:**

- рассчитывать и анализировать абсолютные и относительные показатели вариации по сгруппированным и несгруппированным данным;

**знать:**

- методы расчета абсолютных и относительных показателей вариации.

Основной частью практической работы со студентами является расчет абсолютных и относительных показателей вариации на основе заранее подготовленной преподавателем исходной информации, содержащей индивидуальные данные.

### **МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

При изучении социально-экономических явлений и процессов статистика встречается с разнообразной **вариацией** признаков, характеризующих отдельные единицы совокупности.

Для измерения и оценки вариации используют абсолютные и относительные характеристики.

Самая предварительная оценка рассеяния (вариации) по данным рядов распределения определяется с помощью **вариационного размаха R**, который показывает, насколько велико различие между единицами совокупности, имеющими самое маленькое и самое большое значение признака.

**Среднее линейное отклонение** а является обобщающей мерой вариации индивидуальных значений признака от средней арифметической величины. Она дает абсолютную меру вариации.

Если данные не сгруппированы, то расчет среднего линейного отклонения осуществляется по принципу невзвешенной средней, т.е.

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n}.$$

Если данные вариации представлены вариационными рядами распределения, то расчет производится по принципу взвешенной средней, т.е.

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^m |x_i - \bar{x}| f_i}{\sum_{i=1}^m f_i}.$$

**Дисперсия  $\sigma^2$**  — это средний квадрат отклонений индивидуальных значений признака от средней величины. Дисперсию используют не только для оценки вариации, но и при измерении взаимосвязей, для проверки статистических гипотез.

Она вычисляется по формулам:

$$\text{для несгруппированных данных } \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n};$$

$$\text{для сгруппированных данных } \sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^m f_i}.$$

Однако вследствие суммирования квадратов отклонений, дисперсия дает искаженное представление об отклонениях, измеряя их в квадратных единицах. Поэтому на основе дисперсии вводятся еще две характеристики: среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации.

**Среднее квадратическое отклонение  $\sigma$**  представляет собой корень второй степени из среднего квадрата отклонений отдельных значений признака от их средней, т.е. оно исчисляется путем извлечения квадратного корня из дисперсии и измеряется в тех же единицах, что и варьирующий признак.

$$\text{для несгруппированных данных } \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}};$$

$$\text{для сгруппированных данных } \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=1}^m f_i}}.$$

Среднее квадратическое отклонение, как и среднее линейное отклонение, показывает на сколько в среднем отклоняются конкретные варианты признака от его среднего значения.

Для целей сравнения колеблемости различных признаков в одной и той же совокупности, или же при сравнении колеблемости одного и того же признака в нескольких совокупностях вычисляются **относительные показатели вариации**. Базой для сравнения служит средняя арифметическая. Эти показатели вычисляются как отношение размаха, или среднего линейного отклонения, или среднего квадратического отклонения к средней арифметической. Чаще всего они выражаются в процентах и характеризуют не только сравнительную оценку вариации, но и дают характеристику однородности совокупности. Совокупность считается однородной, если коэффициент вариации не превышает 33% (для распределений, близких к нормальному). Различают следующие относительные показатели вариации ( $V$ ):

$$\text{Коэффициент осцилляции: } V_R = \frac{R}{\bar{x}} \cdot 100\%.$$

$$\text{Линейный коэффициент вариации: } V_{\bar{d}} = \frac{\bar{d}}{\bar{x}} \cdot 100\%.$$

$$\text{Коэффициент вариации: } V_{\sigma} = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\%.$$

### **Задание 1.**

Используя данные годового отчета и плана конкретного хозяйства, определите:

- а) относительную величину выполнения плана продуктивности киров, урожайности зерновых культур, картофеля, овощных;
- б) относительную величину структуры сельскохозяйственных угодий, посевных площадей;
- в) относительную величину динамики, используя данные о поголовье скота за 3-4 года.

1. Имеются следующие данные об урожайности пшеницы в некоторых странах, ц с 1 га.

Казахстан - 7,2

Россия - 14,5

США - 25,3

Китай - 33,2

Нидерланды - 80,7

Рассчитайте относительные показатели сравнения

### **Задание 2.**

Производство автомобилей в РФ в январе характеризуется следующими данными (тыс. руб.)

| Автомобили | Январь | Февраль | Март | Апрель | Май  |
|------------|--------|---------|------|--------|------|
| Всего      | 65,0   | 83,2    | 79,3 | 89,9   | 76,6 |

Определите относительные показатели динамики с постоянной и переменной базой сравнения. Сделайте выводы.

## Практическое занятие № 4

### **Тема: Определение среднего уровня изучаемого явления и анализ полученных результатов**

**Цель:** Сформировать умения по решению задач на исчисление средней арифметической (простой и взвешенной), средней гармонической величины.

**Обеспечение практического занятия:**

- задание для выполнения работы.

**В результате выполнения данной работы у студента должны формироваться общие и профессиональные компетенции.**

### **МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

Наиболее распространённой формой статистических показателей, которые используются в социально-экономических исследованиях, являются средние величины. Различают следующие виды средних величин: средняя арифметическая (простая и взвешенная), средняя гармоническая, средняя квадратическая, средняя кубическая и т. д.

Одной из самых распространённых видов средней является средняя арифметическая (простая и взвешенная).

Средняя арифметическая простая используется тогда, когда расчёт осуществляется по несгруппированным данным. Она рассчитывается по формуле:

$$\bar{X} = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n}{n} = \sum \frac{X_n}{n}$$

Средняя арифметическая взвешенная производится по сгруппированным данным или вариационным рядам, которые могут быть дискретными или интервальными. В дискретном вариационном ряду средняя определяется по формуле:

$$\bar{X} = \frac{X_1 f_1 + X_2 f_2 + X_3 f_3 + \dots + X_n f_n}{f_n} = \sum \frac{X_n f_n}{f_n}$$

При расчёте средней в интервальном вариационном ряду для выполнения необходимых вычислений от интервалов переходят к их серединам. При этом величины открытых интервалов (первого и последнего) условно приравнивают к величинам интервалов, примыкающих к ним (второго и предпоследнего).

В тех случаях, когда при расчёте средней величины варианты даны, а частоты неизвестны, применяют среднюю гармоническую взвешенную, которая определяется по формуле:

$$\sum \bar{X} = \frac{\sum W_n}{\sum \frac{W_n}{X_n}}$$

#### **Задача 1 с решением**

Средняя выработка продукции на одного рабочего за смену в двух цехах завода, вырабатывающих однородную продукцию, характеризуется данными, приведенными в следующей таблице:

|               |         |               |         |
|---------------|---------|---------------|---------|
| Номер бригады | Цех № 1 | Номер бригады | Цех № 2 |
|---------------|---------|---------------|---------|

|   | Дневная выработка продукции, шт. | Число рабочих, чел. |   | Дневная выработка продукции, шт. | Объем произведенной продукции,шт. |
|---|----------------------------------|---------------------|---|----------------------------------|-----------------------------------|
| 1 | 20                               | 8                   | 4 | 38                               | 418                               |
| 2 | 30                               | 11                  | 5 | 36                               | 432                               |
| 3 | 35                               | 16                  | 6 | 20                               | 140                               |

Определить среднедневную выработку продукции рабочими в каждом из цехов.

#### Решение:

Поскольку дан сгруппированный ряд распределения с неравными частотами между признаком X (выработкой), то применяем для расчета средней формулу средней арифметической взвешенной:

$$\bar{X} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{20 * 8 + 30 * 11 + 35 * 16}{35} = \frac{1050}{35} = 30(\text{шт.}).$$

Каждый рабочий первого цеха за смену производит в среднем 30 единиц продукции.

По второму цеху известны значения усредняемого признака X и объем произведенной продукции. Последний определяется умножением выработки одного рабочего X на число рабочих f, т.е. количество произведенной продукции является объемом усредняемого признака: Z=X\*f. Поэтому для расчета средней по цеху № 2 необходимо применить формулу средней гармонической взвешенной:

$$\bar{X}_h = \frac{\sum Z}{\sum \frac{Z}{X}} = \frac{418 + 432 + 140}{\frac{418}{38} + \frac{432}{32} + \frac{140}{20}} = \frac{990}{30} = 33(\text{шт.}).$$

Каждый рабочий второго цеха за смену производит в среднем 33 единицы продукции.

#### Задача 2 с решением

Вычислить средний процент выполнения плана выпуска продукции и средний процент стандартной продукции в фактическом ее выпуске по данным, представленным в таблице:

| Предприятие | Фактический выпуск | Выполнение плана, | Доля стандартной |
|-------------|--------------------|-------------------|------------------|
|             |                    |                   |                  |

|   | продукции,<br>млн. у. е. | %   | продукции,<br>% |
|---|--------------------------|-----|-----------------|
| 1 | 665                      | 95  | 80              |
| 2 | 880                      | 110 | 90              |

**Решение:**

$K_{\text{сп.}} = \frac{Y_1}{Y_m}$ . Так как усредняемый признак (процент выполнения плана) является относительной величиной, то вначале записываем логическую формулу для его расчета:

В данной формуле известен фактический выпуск продукции – числитель, следовательно, расчет среднего процента выполнения плана выпуска продукции двумя предприятиями производим по средней гармонической взвешенной, обозначив фактический выпуск  $Z$ .

$$\bar{X}_h = \frac{\sum Z}{\sum \frac{Z}{X}} = \frac{665 + 880}{\frac{665}{0,95} + \frac{880}{1,1}} = \frac{1545}{1500} = 1,03 \Rightarrow 103\%.$$

Рассматриваемые предприятия перевыполнили план выпуска продукции в среднем на 3%.

Доля стандартной продукции в фактическом выпуске также является относительной величиной структуры, логическая формула которой имеет вид:

$d = \text{Объем выпуска стандартной продукции}$

Общий объем фактического выпуска .

В исходных данных присутствует знаменатель логической формулы, следовательно, для расчета используем формулу средней арифметической взвешенной, приняв за веса  $f$  фактический выпуск продукции:

$$\bar{X} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{0,8 * 665 + 0,9 * 880}{665 + 880} = \frac{1324}{1545} = 0,857 \Rightarrow 85,7\%.$$

Доля стандартной продукции рассматриваемых предприятий составляет в среднем 85,7%.

### **Задание 1.**

Имеются следующие основные показатели работы угольных шахт по одному из шахтоуправлений за сентябрь:

| Шахта | Среднеучетное<br>число | Среднемесячная<br>заработная плата<br>работника, у. е. | Среднемесячная<br>добыча на одного<br>рабочника, т. | Себестоимость<br>1 т., |
|-------|------------------------|--|---|------------------------|
|       |                        |  |   |                        |

|   | работников,чел. |     |      | y. е. |
|---|-----------------|-----|------|-------|
| 1 | 1841            | 302 | 66,2 | 12,2  |
| 2 | 920             | 286 | 42,6 | 15,3  |
| 3 | 860             | 238 | 41,8 | 9,7   |

Определить в целом по шахтоуправлению:

- а) среднемесячную добычу угля на одного работника;
- б) среднемесячную заработную плату работника;
- в) среднюю себестоимость 1т угля;
- г) объем добычи угля в среднем на одну шахту.

### Задание 2.

Имеются данные по трем заводам, вырабатывающим однородную продукцию, представленные в таблице:

| Завод | 1 квартал                             |                                 | 2 квартал                             |                                       |
|-------|---------------------------------------|---------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
|       | Затраты времени на ед. продукции, час | Изготовлено продукции, тыс. шт. | Затраты времени на ед. продукции, час | Затраты времени на всю продукцию, час |
| 1     | 0, 20                                 | 22,0                            | 0,18                                  | 4020                                  |
| 2     | 0,24                                  | 42,0                            | 0,22                                  | 7860                                  |
| 3     | 0,26                                  | 28,0                            | 0,23                                  | 5750                                  |

Определить средние затраты времени на ед. выработки продукции по трем заводам:

- а) за 1 квартал;
- б) за 2 квартал.

### Задание 3.

В каждой из трех партий деталей – 1800, 3200, 7500 шт. – бракованные изделия составили соответственно 1,8; 2,4 и 3,2%. Определить средний процент бракованных деталей во всех трех партиях.

**Задание 4.**

Выработка сировых тканей по цехам фабрики представлена в следующей таблице:

| Цех | Февраль                   |   | Март  |                     |
|-----|---------------------------|---|---|---------------------|
|     | Численность рабочих, чел. | Средняя выработка за смену одним рабочим, м | Средняя Выработка за смену одним рабочим, м | Выработано ткани, м |
| 1   | 50                        | 85  | 86  | 4650                |
| 2   | 40                        | 78  | 80  | 6810                |
| 3   | 70                        | 82  | 85  | 7800                |

Определить выработку ткани на одного рабочего в среднем по фабрике:

- a) за февраль;
- б) за март.

В каком месяце и насколько средняя выработка была выше?

**Задание 5.**

Имеются следующие данные по трем швейным фабрикам за третий и четвертый кварталы отчетного года, представленные в следующей таблице:

| Фабрика | 3 квартал                          |                     | 4 квартал                                |                     |
|---------|------------------------------------|---------------------|--|---------------------|
|         | План выпуска продукции, тыс. у. е. | Выполнение плана, % | Фактический выпуск продукции, тыс. у. е. | Выполнение плана, % |
| 1       | 600                                | 100                 | 650                                      | 104                 |

|   |     |     |     |     |
|---|-----|-----|-----|-----|
| 2 | 400 | 96  | 420 | 98  |
| 3 | 500 | 102 | 560 | 103 |

Определить процент выполнения плана выпуска продукции в среднем по трем фабрикам за:

- а) 3 квартал;
- б) 4 квартал;
- в) второе полугодие.

**Задание 6.**

Распределение предприятий региона по размеру прибыли характеризуются данными, приведенными в следующей таблице:

| Балансовая прибыль,<br>млн. у. е. | 1 – 20 | 20 – 30 | 30 – 40 | 40 – 50 | 50 – 60 | Свыше 60 |
|-----------------------------------|--------|---------|---------|---------|---------|----------|
| Удельный вес<br>предприятий, %    | 4      | 12      | 36      | 24      | 16      | 8        |

Определить среднюю прибыль предприятий.

**Задание 7.**

За отчетный год выполнение плана по трем фабрикам представлено в следующей таблице:

| Фабрика | Фактический<br>выпуск<br>продукции,<br>тыс. у. е. | Выполнение<br>плана,<br>% | Продукция<br>высшего сорта,<br>% |
|---------|---|---------------------------|----------------------------------|
| 1       | 6820  | 101,8                     | 90                               |
| 2       | 8900  | 104,0                     | 82                               |
| 3       | 3260  | 103,5                     | 86,0                             |

Определить средний процент:

- а) выполнения плана по объединению;
- б) продукции высшего сорта.

Указать, какие виды средних следует использовать для решения задачи.

**Задание 8.**

В трех одинаковых по объему партиях деталей обнаружено 1,8; 2,4 и 3,2% бракованных изделий. Определить средний процент бракованных деталей во всех трех партиях.

**Задание 9**

В результате проверки трех партий установлено, что в первой партии 60 бракованных деталей, или 1,8%; во второй – 140, или 2,4%; в третьей – 220, или 3,2%. Определить средний процент бракованных деталей во всех трех партиях.

**Задание 10.**

В трех проверенных партиях деталей обнаружено одинаковое количество бракованных, что для каждой из них составило 1,8; 2,4 и 3,2%. Определить общий процент бракованных деталей в трех партиях.

**Задание 11.**

Имеются данные о финансовых показателях фирм, представленные в следующей таблице, тыс. у. е.:

| Номер<br>фирмы | Получено<br>прибыли | Акционерный<br>капитал | Рентабельность<br>акционерного<br>капитала,<br>% | Удельный вес<br>Акционерного<br>капитала,<br>% |
|----------------|---------------------|------------------------|--|--|
| 1              | 1500                | 5000                   | 30   | 80   |
| 2              | 500                 | 1250                   | 40   | 20   |

Определить средний процент рентабельности акционерного капитала фирм, используя показатели:

- а) группы 1 и 2;
- б) группы 2 и 3;
- в) группы 1 и 3;
- г) группы 3 и 4.

**Задание 12.**

Эффективность работы акционерного общества характеризуется показателями, представленными в следующей таблице:

| Номер | Первое полугодие | Второе полугодие |
|-------|------------------|------------------|
|       |                  |                  |

|   | Акционерный капитал, млн. у. е. | Рентабельность акционерного капитала, % | Прибыль, млн. у. е. | Рентабельность акционерного капитала, % |
|---|---------------------------------|---|---------------------|---|
| 1 | 2040                            | 30                                      | 770                 | 35                                      |
| 2 | 760                             | 40                                      | 378                 | 42                                      |
| 3 | 1500                            | 25                                      | 480                 | 30                                      |

Определить:

- а) средний процент рентабельности акционерного капитала по предприятиям АО за каждое полугодие;
- б) абсолютный прирост прибыли по каждому предприятию и в целом по АО.

### Задание 13.

Имеются следующие данные об оплате труда работников малых предприятий, представленные в следующей таблице:

| Номер фирмы | Фонд заработной платы, у. е. | Среднеучетная численность работников, чел. | Среднемесячная заработка, у. е. | Удельный вес работников, % |
|-------------|------------------------------|--|---------------------------------|----------------------------|
| 1           | 270 000                      | 300  | 900                             | 60                         |
| 2           | 240 000                      | 200  | 1200                            | 40                         |

Определите заработную плату работников предприятий, используя показатели:

- а) группы 1 и 2;
- б) группы 2 и 3;
- в) группы 1 и 3;
- г) группы 3 и 4.

### Задание 14.

Имеются данные о финансовых показателях фирм за два периода, представленные в следующей таблице:

| Номер группы | Базисный период              |                            | Отчетный период              |                           |
|--------------|------------------------------|----------------------------|------------------------------|---------------------------|
|              | Прибыль на одну акцию, у. е. | Количество акций, тыс. шт. | Прибыль на одну акцию, у. е. | Сумма прибыли, тыс. у. е. |
| 1            | 8,0                          | 60                         | 9,0                          | 810                       |
| 2            | 4,0                          | 40                         | 8,0                          | 480                       |

Определить среднюю прибыль на одну акцию по двум фирмам в каждом периоде.

### Задание.

Ответьте на контрольные вопросы:

1. Сущность и условия использования средних величин.
2. Виды средних.
3. Порядок вычисления средней арифметической простой и взвешенной. Область их применения.
4. Средняя гармоническая и техника ее исчисления.

### Задание 1.

Определите средний трудовой стаж рабочих бригады по следующим данным:

|                          |     |     |     |     |     |     |
|--------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Табельный номер рабочего | 001 | 002 | 003 | 004 | 005 | 006 |
| Стаж работы, лет         | 14  | 9   | 11  | 13  | 8   | 10  |

### Задание 2.

Определите средний уровень квалификации рабочих предприятия.

Распределение рабочих предприятий по тарифному разряду.

|                    |   |   |    |    |    |   |
|--------------------|---|---|----|----|----|---|
| Тарифный разряд    | 1 | 2 | 3  | 4  | 5  | 6 |
| Число рабочих, лет | 2 | 3 | 26 | 74 | 18 | 4 |

### Задание 3.

По имеющимся ниже данным вычислите:

- средний объём производства продукции на одно предприятие;
- среднюю себестоимость 1 изделия;

- средние затраты труда на 1 изделие.

Показатели работы предприятий Нижегородской области в 200Х г.

| № п/п | Произведено продукции, штук | Себестоимость единицы изделия, руб. | Затраты труда на единицу изделия чел-ч. |
|-------|-----------------------------|-------------------------------------|---|
| 1     | 26869                       | 280                                 | 6,62                                    |
| 2     | 13684                       | 295                                 | 7,08                                    |
| 3     | 47642                       | 254                                 | 4,86                                    |
| 4     | 9898                        | 300                                 | 9,90                                    |
| 5     | 7676                        | 326                                 | 9,65                                    |

#### Задание 4.

По имеющимся ниже данным вычислите:

- средний валовой сбор зерна;
- среднюю урожайность озимой пшеницы.

Показатели производства озимой пшеницы в 200Х г.

| № п/п | 1 Наименование хозяйства | Валовой сбор, ц | Урожайность, ц/га. |
|-------|--------------------------|-----------------|--------------------|
| 1     | ООО « Темп»              | 12324           | 15,8               |
| 2     | 1.1 СПК «Горизонт»       | 5712            | 10,2               |
| 3     | СПК « Лазаревский»       | 13840           | 17,3               |
| 4     | ООО « Шубинское»         | 13728           | 22,0               |
| 5     | ТОО «Дружковский»        | 10449           | 12,9               |
| 6     | ЗАО « Колос»             | 14625           | 19,5               |

#### Задание 5.

Ответьте на контрольные вопросы:

1. Что такое средняя величина? Какое она имеет важнейшее свойство?
2. В чём заключается сущность средней?
3. В какой формуле объединяются все виды средних?

## *Практическое занятие № 5*

### **Тема: Расчет структурных средних показателей**

**Цель:** - научиться рассчитывать структурные средние показатели по несгруппированным и сгруппированным данным.

**Обеспечение практического занятия:**

- задание для выполнения работы.

**В результате выполнения данной работы у студента должны формироваться общие и профессиональные компетенции.**

**В результате выполнения данной работы студент должен**

**уметь:**

- рассчитывать и анализировать структурные средние показатели по сгруппированным и несгруппированным данным;

**знать:**

- методы структурных средних показателей.

Основной частью практической работы со студентами является расчет структурных средних вариационного ряда распределения на основе заранее подготовленной преподавателем исходной информации, содержащей индивидуальные данные.

### **МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

Вспомним, структурных средних вариационного ряда распределения относят моду и медиану. Средняя величина характеризует типичный уровень признака в совокупности.

**Мода (Mo)** — значение признака, наиболее часто встречающееся в исследуемой совокупности, т.е. это одна из вариантов признака, которая в ряду распределения имеет наибольшую частоту (частотность).

В дискретном ряду мода определяется визуально по максимальной частоте или частотности.

В интервальном ряду по наибольшей частоте определяется модальный интервал, а конкретное значение моды в интервале вычисляется по формуле:

$$Mo = x_0 + i \frac{(f_{Mo} - f_{Mo-1})}{(f_{Mo} - f_{Mo-1}) + (f_{Mo} - f_{Mo+1})},$$

где  $x_0$  и  $i$  — соответственно нижняя граница и величина модального интервала;

$f_{Mo}, f_{Mo-1}, f_{Mo+1}$  — частоты (частотности) модального, предмодального и послемодального интервалов.

**Медиана (Me)** — значение признака (варианта), приходящееся на середину ранжированной (упорядоченной) совокупности, т.е. это вариант, который делит ряд распределения на две равные по объему части.

Медиана, как и мода, не зависит от крайних значений вариантов, поэтому применяется для характеристики центра в ряду распределения с неопределенными границами.

Для определения медианы в ранжированном ряду необходимо вначале найти **номер медианы**:

$$N = \frac{n+1}{2}.$$

В дискретном ряду распределения медиана находится непосредственно по накопленной частоте, соответствующей номеру медианы.

В случае интервального вариационного ряда распределения конкретное значение медианы вычисляется по формуле

$$M_e = x_0 + i \frac{1 / 2 \sum_{i=1}^m f_i - S_{M_e-1}}{f_{M_e}},$$

где  $x_0$  и  $i$  — соответственно нижняя граница и величина медианного интервала;

$f_{M_e}$  — частота медианного интервала;

$S_{M_e-i}$  — накопленная частота предмедианного интервала.

В симметричных рядах распределения значения моды и медианы совпадают со средней величиной ( $x = M_e = M_o$ ), а в умеренно асимметричных они соотносятся таким образом:

$$3(\bar{x} - M_e) \approx \bar{x} - M_o.$$

Рассмотренные обобщающие показатели центра распределения не вскрывают характера последовательного изменения частот, поэтому в анализе закономерностей распределения используются так же ранговые (порядковые) показатели: квартили и децили.

### Задание 1.

Рассчитать моду и медиану по данным о распределении семей города по размеру среднего дохода за текущий год, представленных в таблице:

| Группы семей по размеру дохода,<br>у. е. | Число семей |
|--|-------------|
| до 500                                   | 600         |
| 500 – 600                                | 700         |
| 600 – 700                                | 1700        |
| 700 – 800                                | 2500        |
| 800 – 900                                | 2200        |
| 900 – 1000                               | 1500        |
| свыше 1000                               | 800         |

|       |       |
|-------|-------|
| Итого | 10000 |
|-------|-------|

### **Задание 2.**

Рабочие бригады, состоящей из 11 человек, имеют следующий стаж работы:

10, 8, 4, 1, 8, 5, 10, 7, 4, 11, 8.

Определите моду и медиану.

### **Задание 3.**

*Имеются данные о распределении студентов по возрасту*

| Возраст, лет               | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | Итого |
|----------------------------|----|----|----|----|----|----|-------|
| Численность студентов, чел | 20 | 52 | 38 | 19 | 14 | 7  | 150   |

Определите моду и медиану.

### **Задание 4.**

Имеются данные о распределении торговых организаций по среднегодовому товарообороту.

| Группы торговых организаций по среднегодовому товарообороту в тыс. руб. | Численность организаций |
|---|-------------------------|
| до 1200   | 20,8                    |
| 1200-1500   | 28,3                    |
| 1500-1800   | 35,4                    |
| 1800-2100   | 40,2                    |
| 2100-2400   | 36,1                    |
| 2400-2700   | 25,9                    |
| 2700-3000   | 18,6                    |
| 3000-3300   | 10,4                    |
| 3300-3600   | 8,2                     |
| 3600-3900   | 7,3                     |
| Свыше 3900  | 8,7                     |
| Итого:  | 247                     |

Определите моду и медиану.

### **Задание 5.**

1. Что такое мода и медиана?
2. В чем заключается главные свойства медианы?
3. Как определяется номер медианной единицы ряда  $N_{me}$ ?
4. Особенности расчета средних из относительных величин.
5. Область применения медианы и моды.
6. Расчет медианы и моды в интервальном ряду распределения.

## *Практическое занятие № 6*

### **Тема: Анализ динамики изучаемого явления**

**Цель:** - научиться рассчитывать абсолютные, относительные и средние показатели рядов динамики.

**Обеспечение практического занятия:**

- задание для выполнения работы.

**В результате выполнения данной работы у студента должны формироваться общие и профессиональные компетенции.**

**В результате выполнения данной работы студент должен уметь:**

- рассчитывать показатели динамики;

**знать:**

- методы расчета показателей динамики.

Основной частью практической работы со студентами является закрепление методов расчета показателей на основе заранее подготовленной преподавателем исходной информации, содержащей индивидуальные данные.

При изучении данной темы необходимо обратить особое внимание на вычисление средней хронологической взвешенной моментного ряда, среднего темпа роста и прироста с использованием рядов, по которым вычислялись показатели динамики.

### **МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

Для выявления специфики развития изучаемых явлений за отдельные периоды времени определяют абсолютные и относительные показатели изменения ряда динамики абсолютные приросты, абсолютное значение одного процента прироста, темпа роста и прироста. Выяснение сущности— необходимое условие усвоения данной темы.

Рассматривая данные показатели, необходимо правильно выбирать базу сравнения, которая зависит от цели исследования.

При сравнении каждого уровня ряда с предыдущим получаются **цепные показатели**; при сравнении каждого уровня с одним и тем же уровнем (базой) получают **базисные показатели**.

Для выражения абсолютной скорости роста (снижения) уровня ряда динамики исчисляют статистический показатель - **абсолютный прирост** ( $\Delta$ ). Его величина определяется как разность двух сравниваемых уровней. Она вычисляется по формуле

$$\Delta_{\text{ц}} = y_i - y_{i-1}, \text{ или } \Delta_{\text{б}} = y_i - y_0,$$

где  $y_i$  - уровень  $i$ -го года;

$y_0$  — уровень базисного года.

Интенсивность изменения уровней ряда динамики оценивается отношением текущего уровня к предыдущему или базисному, которое всегда представляет собой положительное число. Этот показатель называется **темпером роста** (Tr). Он выражается в процентах, т. е.

$$T_p = \frac{y_i}{y_{i-1}} \cdot 100, \text{ или } T_p = \frac{y_i}{y_0} \cdot 100.$$

Темп роста может быть выражен и в виде **коэффициента** (Kp). В этом случае он показывает, во сколько раз данный уровень ряда больше уровня базисного года или какую его часть он составляет.

Для выражения изменения величины абсолютного прироста уровней ряда динамики в относительных величинах определяется темп прироста ( $T_{\text{пр}}$ ), который рассчитывается как отношение абсолютного прироста к предыдущему или базисному уровню, т. е.

$$T_{\text{пр}} = \frac{\Delta}{y_{i-1}} \cdot 100 \text{ или } T_{\text{пр}} = \frac{\Delta}{y_0} \cdot 100.$$

Темп прироста может быть вычислен также путем вычитания из темпов роста 100%, т. е.  $T_{\text{пр}} = T_{\text{р}} - 100$ .

Показатель **абсолютного значения одного процента прироста**  $|%|$  определяется как результат деления абсолютного прироста на соответствующий темп прироста, выраженный в процентах, т. е.

$$|%| = \frac{\Delta}{T_{\text{пр}}} \text{ или } 0,01 \cdot y_{i-1}.$$

Расчет этого показателя имеет смысл только на цепной основе.

Особое внимание следует уделять методам расчета **средних показателей** рядов динамики, которые являются обобщающей характеристикой его абсолютных уровней. Методы расчета **среднего уровня** ряда динамики зависят от его вида и способов получения статистических данных.

В **интервальном ряду динамики с равноотстоящими уровнями** во времени расчет среднего уровня ряда ( $y$ ) производится по формуле средней арифметической простой:

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n}.$$

Если **интервальный ряд** динамики имеет **неравноотстоящие уровни**, то средний уровень ряда вычисляется по формуле

$$\bar{y} = \frac{\sum yt}{\sum t},$$

где  $i$  — число периодов времени, в течение которых уровень не изменяется.

Для **моментного ряда с равноотстоящими уровнями** средняя хронологическая рассчитывается по формуле

$$\bar{y} = \frac{\frac{1}{2}y_1 + y_2 + y_3 + \dots + \frac{1}{2}y_n}{n-1},$$

где  $n$  — число уровней ряда.

Средняя хронологическая для **неравноотстоящих уровней моментного ряда** динамики вычисляется по формуле

$$\bar{y} = \frac{(y_1 + y_2)t_1 + (y_2 + y_3)t_2 + (y_3 + y_4)t_3 + \dots + (y_{n-1} + y_n)t_{n-1}}{2\sum t_i}.$$

Определение среднего абсолютного прироста производится по формуле

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum \Delta_{ii}}{n-1} \quad \text{или} \quad \bar{\Delta} = \frac{y_n - y_0}{n-1}.$$

**Среднегодовой темп роста** вычисляется по формуле средней геометрической:

$$\bar{T}_p = \sqrt[m]{K_1 \cdot K_2 \cdot K_3 \cdot K_4 \cdots K_n}, \text{ или } \bar{T}_p = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_0}},$$

где  $m$  — число коэффициентов роста.

**Среднегодовой темп прироста** получим, вычтя из среднего темпа роста 100%.

### Задание 1.

По имеющимся данным постройте абсолютный сомкнутый ряд абсолютных величин.

Динамика себестоимости продукции.

| Себестоимость продукции руб. | 2009  | 2010  | 2011  | 2012  | 2013  | 2014  | 2015  | 2016  |
|------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| По старой методике.          | 150,6 | 170,1 | 180,7 | 192,8 | -     | -     | -     | -     |
| По новой методике.           | -     | -     | -     | 260,8 | 270,2 | 277,8 | 285,3 | 290,4 |

Задание 2.

Имеются данные по производству продукции «А» за 2006 - 2015 г.,т

| Годы                              | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 |
|-----------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Объёмы производства продукции «А» | 240  | 230  | 215  | 270  | 265  | 245  | 250  | 259  | 285  | 280  |

Рассчитайте:

1. Абсолютный прирост производства продукции «А», т
  - базисный
  - цепной
2. Темп роста, %
  - базисный
  - цепной
3. Темп прироста, %
  - базисный
  - цепной
4. Абсолютное значение 1% прироста

Результаты оформите в виде таблицы:

| Показатели                          | 2006       | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 |
|-------------------------------------|------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Объёмы производства продукции «А»,т | 240        | 230  | 215  | 270  | 265  | 245  | 250  | 259  | 285  | 280  |
| Абсолютный прирост, т               |            |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|                                     | – базисный |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|                                     | – цепной   |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
| Темп роста, %                       |            |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|                                     | – базисный |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|                                     | – цепной   |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
| Темп прироста, %                    |            |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|                                     | – базисный |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|                                     | – цепной   |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
| Абсолютное значение прироста 1%     |            |      |      |      |      |      |      |      |      |      |

Задание 3.

Известны остатки риса на складе на первое число каждого месяца, ц:

01.01 01.04 01.07 01.10  
 250 235 186 280

Рассчитайте средний квартальный остаток риса на складе.

**Задание 4.**

Известны товарные остатки на торговой базе на некоторые даты 2016 года, тыс.руб.:

01.01      01.02      01.05      01.09      01.01.2017г.

300      720      850      870      730

Определите среднемесячный остаток товаров на торговой базе.

**Задание 5.**

Ответьте на контрольные вопросы:

1. Какие могут быть причины несопоставимости рядов динамики?
2. Какие существуют способы приведения к сопоставимости рядов динамики?
3. Как рассчитывается средний уровень моментного уровня динамики?

## *Практическое занятие № 7*

### **Тема: Анализ основной тенденции ряда динамики**

**Цель:** - научиться выявлять и анализировать основную тенденцию в рядах динамики.

**Обеспечение практического занятия:**

- задание для выполнения работы.

**В результате выполнения данной работы студент должен**

**В результате выполнения данной работы у студента должны формироваться общие и профессиональные компетенции.**

**уметь:**

- выявить и проанализировать основную тенденцию в рядах динамики с помощью сглаживания по уравнению прямой;

**знать:**

- методы анализа основной тенденции в рядах динамики.

Основной частью практической работы со студентами является закрепление приемов и методов изучения в рядах динамики основной тенденции развития явления на основе заранее подготовленной преподавателем исходной информации, содержащей индивидуальные данные.

### **МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

Наиболее эффективным способом выявления основной тенденции развития является аналитическое выравнивание. При этом уровни ряда динамики выражаются в виде функции времени.

Аналитическое выравнивание может быть осуществлено по любому рациональному многочлену. Выбор функции производится на основе анализа характера закономерностей динамики данного явления.

Для выравнивания ряда динамики по прямой используется уравнение

$$y_t = a_0 + a_1 t.$$

Способ наименьших квадратов дает систему двух нормальных уравнений для нахождения параметров  $a_0$  и  $a_1$

$$\begin{cases} a_0 n + a_1 \sum t = \sum y; \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 = \sum ty, \end{cases}$$

где  $y$  — исходный уровень ряда динамики;

$n$  — число членов ряда;

$t$  — показатель времени, который обозначается порядковыми номерами, начиная от низшего.

Решение системы уравнений позволяет получить выражение для параметров  $a_0$  и  $a_1$

$$a_0 = \frac{\sum t^2 \cdot \sum y - \sum t \cdot \sum yt}{n \sum t^2 - \sum t \cdot \sum t};$$

$$a_1 = \frac{n \sum ty - \sum t \cdot \sum y}{n \sum t^2 - \sum t \cdot \sum t}.$$

В рядах динамики техника расчета параметров уравнения может быть упрощена. Для этой цели показателем времени придают такие значения, чтобы их сумма была равна нулю

При этом уравнения системы примут следующий вид:

$$na_0 = \Sigma y \text{ и } a_1 \Sigma t^2 = \Sigma ty,$$

откуда

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{\Sigma y}{n} \\ a_1 &= \frac{\Sigma ty}{\Sigma t^2}. \end{aligned}$$

В результате получается уравнение основной тенденции. Подставляя в уравнение принятые обозначения  $t$ , вычисляют выравненные уровни ряда динамики:

По окончании расчета основной тенденции целесообразно построить график, на котором следует изобразить исходные данные и теоретические значения уровней ряда.

Основная тенденция (тренд) показывает, как воздействуют систематические факторы на уровень ряда динамики, а колеблемость уровней около тренда служит мерой воздействия остаточных факторов. Ее можно измерить по формуле

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{\Sigma(y - \bar{y}_t)^2}{n}}$$

среднее квадратическое отклонение.

Относительной мерой колеблемости является коэффициент вариации, который вычисляется по формуле

$$v = \frac{\sigma_t}{\bar{y}}.$$

Для анализа основной тенденции в рядах динамики необходимо производить их выравнивание. В статистике существует несколько способов выравнивания рядов динамики. К основным из них относятся:

- способ укрупнения интервалов;
- метод скользящей средней;
- способ наименьших квадратов.

При использовании способа укрупнения интервалов в ряду динамики с числом уровней не меньше 10, интервал следует брать  $n = 5$

При использовании метода скользящей средней в ряду динамики с числом уровней не меньше 10, интервал следует брать  $n = 3$

При использовании способа наименьших квадратов следует использовать уравнение прямой  $y = a + bt$ , при этом решается система квадратных уравнений:

$$\begin{cases} \sum y = \sum a + b \sum t \\ \sum yt = \sum at + b \sum t^2 \end{cases}$$

Далее следует построить прямоугольную систему координат. На оси ординат следует показать интервалы времени, а на оси абсцисс уровни ряда динамики. Вначале изображается фактический ряд динамики. Затем выровненный ряд динамики различными способами, при этом следует пользоваться карандашами или пастой шариковых ручек различного цвета.

При изображении выровненного ряда динамики способом наименьших квадратов следует только указать начальный и последний уровни ряда. Полученные точки соединить прямой линией.

После графического изображения выровненного ряда динамики различными способами, требуется осуществить анализ, выявленной тенденции.

## Задание 1.

### Условие 1

| Годы                    | 2007 | 2008 | 2009 | 2010 | 2011 | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 | 2016 | Итого |
|-------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|
| Затраты труда,чел.-час. | 2,6  | 2,7  | 3,0  | 4,5  | 5,1  | 4,8  | 5,0  | 4,8  | 4,2  | 3,8  | 39,7  |

По данным приведённым в условии 1, произвести выравнивание динамического ряда затрат труда на производство единицы продукции следующими способами:

- а) способом укрупнения интервалов;
- б) методом скользящей средней;
- в) способом наименьших квадратов.

Выравнивание динамического ряда произвести в таблице следующей формы:

| Годы  | Затраты труда, чел.-час | Способ укрупнения интервалов |                 | Способ скользящей средней |           | Способ наименьших квадратов |       |       |          |
|-------|-------------------------|------------------------------|-----------------|---------------------------|-----------|-----------------------------|-------|-------|----------|
|       |                         | n =5                         | выровненный ряд | n =3                      | $\bar{y}$ | t                           | $t^2$ | $y*t$ | $y=a+bt$ |
| 2007  |                         |                              |                 |                           |           |                             |       |       |          |
| 2008  |                         |                              |                 |                           |           |                             |       |       |          |
| 2009  |                         |                              |                 |                           |           |                             |       |       |          |
| 2010  |                         |                              |                 |                           |           |                             |       |       |          |
| 2011  |                         |                              |                 |                           |           |                             |       |       |          |
| 2012  |                         |                              |                 |                           |           |                             |       |       |          |
| 2013  |                         |                              |                 |                           |           |                             |       |       |          |
| 2014  |                         |                              |                 |                           |           |                             |       |       |          |
| 2015  |                         |                              |                 |                           |           |                             |       |       |          |
| 2016  |                         |                              |                 |                           |           |                             |       |       |          |
| Итого |                         |                              |                 |                           |           |                             |       |       |          |

Выравнивание ряда динамики разными способами изобразите графически

### **Задание 2.**

Ответьте на контрольные вопросы:

1. Что такое статистический ряд динамики? Из каких элементов он состоит?
2. По каким признакам можно классифицировать ряды динамики?
3. В каких целях осуществляется выравнивание динамических рядов?

## *Практическое занятие № 8*

### **Тема: Расчет средних индексов**

**Цель:** *научиться*

- *рассчитывать средние индексы;*

**Обеспечение практического занятия:**

- задание для выполнения работы.

**В результате выполнения данной работы у студента должны формироваться общие и профессиональные компетенции.**

**В результате выполнения данной работы студент должен уметь:**

- рассчитывать средние арифметические и гармонические индексы.

**знать:**

- способы исчисления индексов;

Основной частью практической работы со студентами является закрепление методов построения средних индексов на основе заранее подготовленной преподавателем исходной информации, содержащей индивидуальные данные.

### **МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

Вспомним, что помимо агрегатных индексов в статистике применяется другая их форма - средневзвешенные индексы. К их исчислению прибегают тогда, когда имеющаяся в распоряжении информация не позволяет рассчитать общий агрегатный индекс. Так, если отсутствуют данные о ценах, но имеется информация о стоимости продукции в текущем периоде и известны индивидуальные индексы цен по каждому товару, то нельзя определить общий индекс цен как агрегатный, но возможно исчислить его как средний из индивидуальных. Точно так же, если не известны количества произведенных отдельных видов продукции, но известны индивидуальные индексы и стоимость продукции базисного периода, можно определить общий индекс физического объема продукции как средневзвешенную величину.

**Средний индекс** - это индекс, вычисленный как средняя величина из индивидуальных индексов.

При исчислении средних индексов используются две формы средних: арифметическая и гармоническая.

Средний арифметический индекс тождествен агрегатному индексу, если весами индивидуальных индексов будут слагаемые знаменателя агрегатного индекса. Только в этом случае величина индекса, рассчитанного по формуле средней арифметической, будет равна агрегатному индексу.

Средний арифметический индекс физического объема продукции вычисляется по формуле

$$I_q = \frac{\sum i_q p_0 q_0}{\sum p_0 q_0}.$$

Средний арифметический индекс производительности труда определяется следующим образом:

$$I_t = \frac{\sum i_t t_1 q_1}{\sum t_1 q_1} = \frac{\sum i_t T_1}{\sum T_1}.$$

Так как  $i_{t-i} = i_t$ , то формула этого индекса может быть преобразована в агрегатный индекс трудоемкости продукции. Весами являются общие затраты времени на производство продукции в текущем периоде.

Средние арифметические индексы чаще всего применяются на практике для расчета сводных индексов количественных показателей.

Индексы других качественных показателей (цен, себестоимости и т. д.) определяются по формуле средней гармонической взвешенной величины.

Средний гармонический индекс тождествен агрегатному, если индивидуальные индексы будут взвешены с помощью слагаемых числителя агрегатного индекса. Например, индекс себестоимости можно исчислить так:

$$I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum \frac{z_1 q_1}{i_z}},$$

а индекс цен:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}}.$$

Таким образом, весами при определении среднего гармонического индекса себестоимости являются издержки производства текущего периода, а индекса цен - стоимость продукции этого периода.

### Примеры решения задач

**Задача 1.** Имеются следующие данные о выпуске продукции предприятия по месяцам за год в сопоставимых ценах:

|                             |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |     |
|-----------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Месяц                       | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10  | 11  | 12  |
| Выпуск продукции, млн. руб. | 5,1 | 5,4 | 5,2 | 5,3 | 5,6 | 5,8 | 5,6 | 5,9 | 6,1 | 6,0 | 5,9 | 6,2 |

Решение

Укрупним интервалы до трёх месяцев и рассчитаем суммарный и среднемесячный выпуск продукции по кварталам. Новые данные будут выглядеть следующим образом (табл.):

Таблица

**Данные о выпуске продукции после укрупнения интервалов**

| Квартал | Выпуск продукции, млн. руб. |                |
|---------|-----------------------------|----------------|
|         | общий                       | среднемесячный |
| 1       | 15,7                        | 5,23           |
| 2       | 16,7                        | 5,57           |
| 3       | 17,6                        | 5,87           |
| 4       | 18,1                        | 6,03           |

**Задача 2.** Методом трёхзвенной скользящей средней выровнять исходные данные о выпуске продукции предприятия за отчётный период. Проиллюстрировать выровненную кривую на графике.

| Месяцы  | Выпуск продукции, млн. руб. | Месяцы   | Выпуск продукции, млн. руб. |
|---------|-----------------------------|----------|-----------------------------|
| Январь  | 175,00                      | Июль     | 366,00                      |
| Февраль | 241,00                      | Август   | 341,00                      |
| Март    | 300,00                      | Сентябрь | 420,00                      |
| Апрель  | 270,00                      | Октябрь  | 441,00                      |
| Май     | 330,00                      | Ноябрь   | 453,00                      |
| Июнь    | 310,00                      | Декабрь  | 430,00                      |

### Решение

Определим трёхзвенные скользящие средние следующим образом:

$$\bar{o}_1 = \frac{175 + 241 + 300}{3} = 238,67, \quad \bar{o}_2 = \frac{241 + 300 + 270}{3} = 270,33 \text{ и т.д. (см. гр. 2 табл.)}.$$

Таблица

| Месяцы  | Выпуск продукции, млн. руб. | Скользящие средние | Месяцы   | Выпуск продукции, млн. руб. | Скользящие средние |
|---------|-----------------------------|--------------------|----------|-----------------------------|--------------------|
| A       | 1                           | 2                  | A        | 1                           | 2                  |
| Январь  | 175,00                      | -                  | Июль     | 366,00                      | 339,00             |
| Февраль | 241,00                      | 238,67             | Август   | 341,00                      | 375,67             |
| Март    | 300,00                      | 270,33             | Сентябрь | 420,00                      | 400,67             |
| Апрель  | 270,00                      | 300,00             | Октябрь  | 441,00                      | 438,00             |
| Май     | 330,00                      | 303,33             | Ноябрь   | 453,00                      | 441,33             |
| Июнь    | 310,00                      | 335,33             | Декабрь  | 430,00                      | -                  |

Полученные значения нанесём на график (рис. 1)

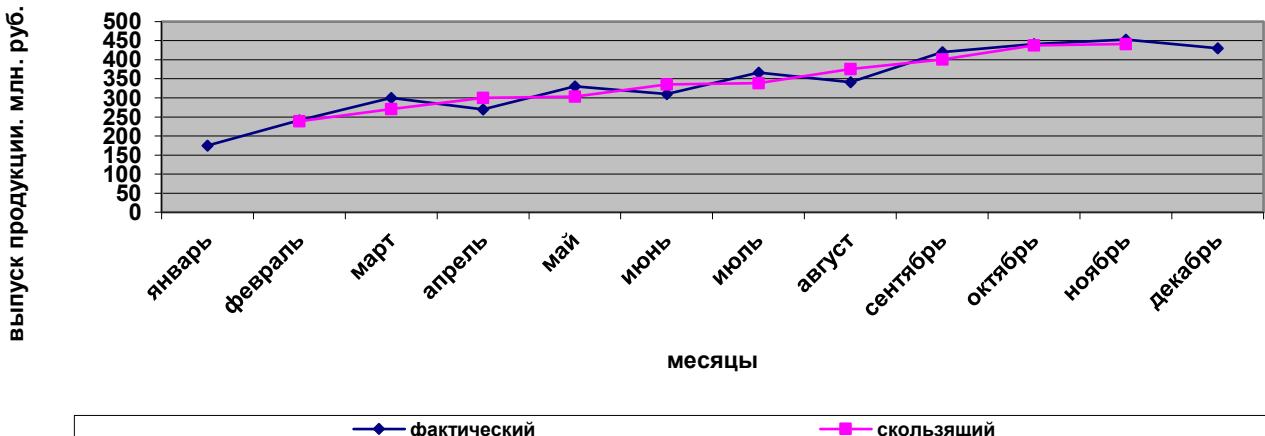


Рис. 1 Выравнивание исходных данных с помощью скользящей средней

**Задача 3.** На основе имеющихся данных произвести выравнивание ряда по прямой (цифры условные).

| Год | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 | 2016 |
|-----|------|------|------|------|------|
|     |      |      |      |      |      |

|                            |       |       |       |       |       |
|----------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Производство стали, млн. т | 141,3 | 144,8 | 146,7 | 151,5 | 149,0 |
|----------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|

### Решение

Решение задачи оформим таблицей.

Таблица

| Год   | Производство стали, млн. т.<br>$y_i$ | Условное время<br>( $t_i$ ) | $(t^2)$ | $ty$    | Теоретические уровни<br>$\tilde{o}_t = 146,66 + 2,21t_i$ |
|-------|--------------------------------------|-----------------------------|---------|---------|--|
| A     | 1                                    | 2                           | 3       | 4       | 5  |
| 2012  | 141,3                                | - 2                         | 4       | - 282,6 | 142,2  |
| 2013  | 144,8                                | - 1                         | 1       | - 144,8 | 144,4  |
| 2014  | 146,7                                | 0                           | 0       | 0       | 146,7  |
| 2015  | 151,5                                | 1                           | 1       | 151,5   | 148,9  |
| 2016  | 149,0                                | 2                           | 4       | 298,0   | 151,1  |
| Итого | 733,3                                | -                           | 10      | 22,1    | 733,3  |

Определяем параметры уравнения:

$$\hat{a}_0 = \frac{\sum \delta_i}{n} = \frac{733,3}{5} = 146,66,$$

$$\hat{a}_1 = \frac{\sum \delta_i t_i}{\sum t_i^2} = \frac{22,21}{10} = 2,21$$

$$\tilde{o}_t = a_0 + a_1 t = 146,66 + 2,21t \text{ (графа 5 табл.)}$$

Таким образом, среднегодовой прирост производства стали составляет ежегодно 2,21 т.

**Задача 4.** По имеющимся данным о заключении брака в городе за ряд лет наблюдения определите индексы сезонности.

| Месяц    | 2013 г. | 2014 г. | 2015 г. |
|----------|---------|---------|---------|
| Январь   | 173     | 183     | 178     |
| Февраль  | 184     | 185     | 179     |
| Март     | 167     | 162     | 161     |
| Апрель   | 142     | 160     | 184     |
| Май      | 137     | 143     | 151     |
| Июнь     | 145     | 150     | 156     |
| Июль     | 153     | 167     | 177     |
| Август   | 171     | 173     | 181     |
| Сентябрь | 143     | 150     | 157     |
| Октябрь  | 162     | 165     | 174     |
| Ноябрь   | 178     | 181     | 193     |
| Декабрь  | 185     | 189     | 197     |

### Решение

Решение задачи оформим таблицей.

Таблица

| Месяц        | 2013 г. | 2014 г. | 2015 г. | $\bar{o}_i$ | $I_{S_i} \cdot 100\%$ |
|--------------|---------|---------|---------|-------------|-----------------------|
| A            | 1       | 2       | 3       | 4           | 5                     |
| Январь       | 173     | 183     | 178     | 178,00      | 106,2                 |
| Февраль      | 184     | 185     | 179     | 182,67      | 108,9                 |
| Март         | 167     | 162     | 161     | 163,33      | 97,4                  |
| Апрель       | 142     | 160     | 184     | 162,00      | 96,6                  |
| Май          | 137     | 143     | 151     | 143,67      | 85,7                  |
| Июнь         | 145     | 150     | 156     | 150,33      | 89,7                  |
| Июль         | 153     | 167     | 177     | 165,67      | 98,8                  |
| Август       | 171     | 173     | 181     | 175,00      | 104,4                 |
| Сентябрь     | 143     | 150     | 157     | 150,00      | 89,5                  |
| Октябрь      | 162     | 165     | 174     | 167,00      | 99,6                  |
| Ноябрь       | 178     | 181     | 193     | 184,00      | 109,7                 |
| Декабрь      | 185     | 189     | 197     | 190,33      | 113,5                 |
| Итого за год | 1940    | 2008    | 2088    | 167,67      |                       |

При переходе от месячных к годовым уровням можно установить, что тенденция роста очень незначительна.

Общий средний уровень ряда составляет:

$$\bar{o} = \frac{1940 + 2008 + 2088}{3 \cdot 12} = 167,67 - \text{среднемесячное число браков}$$

Средний уровень января:

$$\bar{o}_1 = \frac{173 + 183 + 178}{3} = 178 - \text{среднее число браков в январе.}$$

Аналогично рассчитываются средние уровни за все последующие месяцы.

Полученные индексы сезонности дают оценку того, как в отдельные месяцы года количество заключённых браков отклоняется от среднего значения. Построенные по полученным индексам сезонности линейный график наглядно показывает сезонность рассматриваемого процесса (рис. 2).

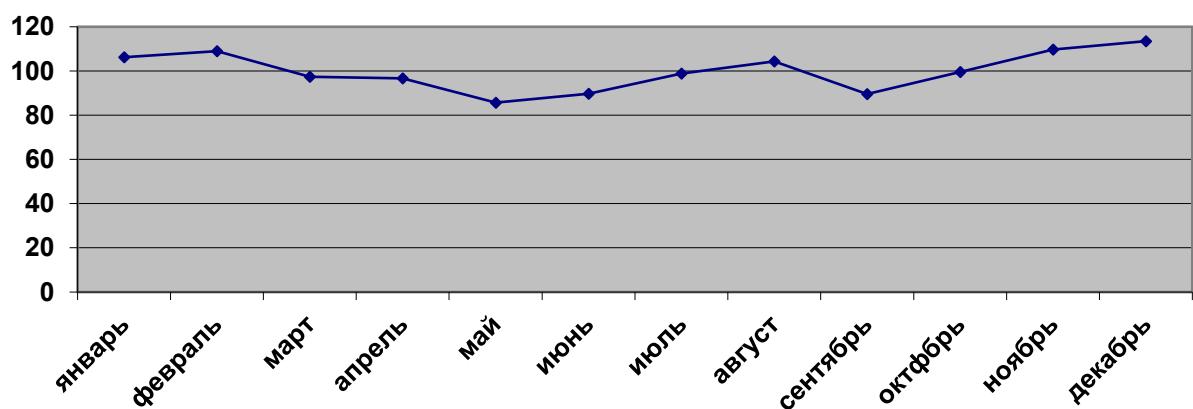


Рис. 2 График сезонной волны числа заключённых браков

По графику можно сделать вывод, что самыми непопулярными месяцами для заключения брака являются май, июнь и сентябрь.

## **Задачи для практической работы**

**Задача 1.** Имеются следующие данные об остатках вкладов по одному из отделений сберегательного банка (млн. руб.):

|                    |                    |
|--------------------|--------------------|
| на 1.01.15- 262,4  | на 1.08.15 - 476,8 |
| на 1.02.15 - 275,8 | на 1.09.15 - 470,2 |
| на 1.03.15 - 295,4 | на 1.10.15 - 586,0 |
| на 1.04.15 - 292,5 | на 1.11.15 - 610,9 |
| на 1.05.15 - 337,4 | на 1.12.15 - 645,8 |
| на 1.06.12 - 396,7 | на 1.01.16 - 708,9 |
| на 1.07.15 - 421,3 |                    |

Определите:

- 1) средние квартальные, средние полугодовые и годовые остатки вкладов по отделению банка.
- 2) Произведите сглаживание ряда динамики методом скользящей средней;
3. Изобразите динамику остатков вкладов по определению банка на графике.

**Задача 2.** Имеются следующие данные о ежесуточной добыче угля по шахте за первую декаду:

| День            | 1   | 2   | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   | 8   | 9   | 10  |
|-----------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Добыча угля, т. | 800 | 790 | 804 | 808 | 805 | 810 | 800 | 817 | 820 | 832 |

Произвести сглаживание ряда методом трёхчленной переменной и трёхчленной скользящей средней. Дать график первичного и сглаженного рядов.

**Задача 3.** Имеются данные о розничном товарообороте магазина за 2011-2016 гг., тыс. руб.:

| Год                     | 2011  | 2012  | 2003  | 2004  | 2015  | 2016  |
|-------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Товарооборот, тыс. руб. | 500,7 | 546,1 | 570,2 | 580,7 | 590,1 | 575,2 |

Для изучения общей тенденции развития розничного товарооборота:

- 1) изобразите исходный ряд динамики в виде линейного графика;
- 2) проведите аналитическое выравнивание уровней ряда по прямой, определите выровненные (теоретические) уровни ряда динамики и нанесите их на график с исходными (эмпирическими) данными;
- 3) сделайте выводы.

**Задача 4.** Имеются данные о численности экономически активного населения:

| Год                    | 2005  | 2006  | 2007  | 2008  | 2009  | 2010  |
|------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Численность, тыс. чел. | 73811 | 74156 | 75060 | 75892 | 75658 | 75440 |

Произведите аналитическое выравнивание экономически активного населения.

**Задача 5.** Имеются следующие данные об изменении объёмов промышленного производства России:

| Месяц   | Темп роста общего объёма промышленного производства в % к декабрю 2009г. |         |
|---------|--|---------|
|         | 2010 г.  | 2011 г. |
| Январь  | 92,0   | 88,0    |
| Февраль | 90,5   | 86,2    |
| Март    | 94,0   | 91,0    |
| Апрель  | 88,2   | 88,2    |

|          |      |      |
|----------|------|------|
| Май      | 89,0 | 84,0 |
| Июнь     | 90,7 | 83,8 |
| Июль     | 86,3 | 83,9 |
| Август   | 93,0 | 84,2 |
| Сентябрь | 92,6 | 85,0 |
| Октябрь  | 94,0 | 91,8 |
| Ноябрь   | 91,8 | 86,3 |
| Декабрь  | 92,2 | 87,1 |

Проанализируйте сезонные изменения промышленного производства:

- а) на основе индекса сезонности;
- б) применяя графический метод.

**Задача 6.** Данные о реализации товаров в торговой сети по кварталам за три года:

| Квартал   | Оборот розничной торговли по годам, млн. руб. |      |      | Оборот розничной торговли в среднем за три года | Индекс сезонности, % |
|-----------|---|------|------|---|----------------------|
|           | 1-ый  | 2-ой | 3-ий |   |                      |
| I         | 500   | 650  | 720  |   |                      |
| II        | 800   | 840  | 900  |   |                      |
| III       | 950   | 1020 | 980  |   |                      |
| IV        | 820   | 900  | 960  |   |                      |
| Итого:    |   |      |      |   |                      |
| В среднем |   |      |      |   |                      |

Заполнить недостающие данные в таблице. Сделать вывод.

**Задача 7.** Имеются следующие данные о продаже шерстяных тканей в розничной сети области по кварталам за 1997 - 1999 гг., млн. руб.:

| Кварталы | 1997  | 1998  | 1999  |
|----------|-------|-------|-------|
| I        | 171,9 | 160,0 | 172,1 |
| II       | 138,2 | 113,1 | 176,8 |
| III      | 144,4 | 124,2 | 139,1 |
| IV       | 154,7 | 155,8 | 141,2 |

Для анализа внутригодовой динамики продажи шерстяных тканей:

- а) определите индексы сезонности методом постоянной средней;
- б) изобразите графически сезонную волну развития изучаемого явления по месяцам года.
- Сделайте выводы.
- Сделайте выводы.

**Задача 8.** Имеются следующие данные об отправлении грузов железнодорожным транспортом общего пользования в регионе; млн.т.:

| Месяцы  | 1997 г. | 1998г. | 1999г. |
|---------|---------|--------|--------|
| Январь  | 142     | 114    | 92     |
| Февраль | 143     | 108    | 83     |
| Март    | 156     | 123    | 93     |
| Апрель  | 152     | 122    | 92     |
| Май     | 152     | 120    | 89     |

|          |     |     |    |
|----------|-----|-----|----|
| Июнь     | 138 | 115 | 87 |
| Июль     | 131 | 114 | 85 |
| Август   | 127 | 111 | 88 |
| Сентябрь | 125 | 108 | 85 |
| Октябрь  | 128 | 111 | 90 |
| Ноябрь   | 119 | 100 | 86 |
| Декабрь  | 120 | 100 | 86 |

Вычислите индексы сезонности методом постоянных средних.

## Практическое занятие № 9

### Тема: Расчет индивидуальных и агрегатных индексов

**Цель:** научиться

- рассчитывать индивидуальные и агрегатные индексы;
- производить факторный анализ на основе индексного метода.

**Обеспечение практического занятия:**

- задание для выполнения работы.

**В результате выполнения данной работы у студента должны формироваться общие и профессиональные компетенции.**

**В результате выполнения данной работы студент должен**

**уметь:**

- рассчитывать индивидуальные и общие индексы и проводить факторный анализ на основе индексного метода.

**знать:**

- способы исчисления индексов;

Основной частью практической работы со студентами является закрепление методов построения индивидуальных и сводных индексов на основе заранее подготовленной преподавателем исходной информации, содержащей индивидуальные данные.

### МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Вспомним, что **экономический индекс** — это относительная величина, которая характеризует изменение исследуемого явления во времени, пространстве или по сравнению с некоторым эталоном.

Простейшим показателем, используемым в индексном анализе, является индивидуальный индекс, который характеризует изменение во времени (или в пространстве) отдельных элементов той или иной совокупности. Так, **индивидуальный индекс цены** считывается по формуле

$$i_p = \frac{p_1}{p_0},$$

где  $p_1$  — цена товара в текущем периоде;

$p_0$  — цена товара в базисном периоде.

Оценить изменение объемов продажи товара в натуральных единицах измерения позволяет **индивидуальный индекс физического объема реализации**:

$$i_q = \frac{q_1}{q_0},$$

где  $q_1$  — количество товара, реализованное в текущем периоде;

$q_0$  — количество товара, реализованное в базисном периоде.

Изменение объема реализации товара в стоимостном выражении отражает **индивидуальный индекс товарооборота**:

$$i_{pq} = \frac{p_1 q_1}{p_0 q_0}.$$

Индивидуальные индексы, в сущности, представляют собой относительные показатели динамики или темпы роста и по данным за несколько периодов времени могут рассчитываться в цепной или базисной формах.

**Сводный индекс** - это сложный относительный показатель, который характеризует среднее изменение социально-экономического явления, состоящего из непосредственно несоизмеримых элементов. Исходной формой сводного индекса является агрегатная.

При расчете агрегатного индекса для разнородной совокупности находят такой общий показатель, в котором можно объединить все ее элементы. Цены различных товаров, реализуемых в розничной торговле, складывать неправомерно, однако с экономической точки зрения вполне допустимо суммировать товарооборот по этим товарам. Если мы сравним товарооборот в текущем периоде с его величиной в базисном периоде, то получим **сводный индекс товарооборота**:

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}.$$

На величину данного индекса оказывает влияние изменение как цен на товары, так и объемов их реализации. Для того чтобы оценить изменение только цен (индексируемой величины), необходимо количество проданных товаров (веса индекса) зафиксировать на каком-либо постоянном уровне. При исследовании динамики таких показателей, как цена, себестоимость, производительность труда, урожайность количественный показатель обычно фиксируют на уровне текущего периода. Таким способом получают **сводный индекс цен** (по методу Пааше)

$$I_p = \frac{p_1^1 q_1^1 + p_1^2 q_1^2 + \dots + p_1^n q_1^n}{p_0^1 q_1^1 + p_0^2 q_1^2 + \dots + p_0^n q_1^n} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}.$$

Числитель данного индекса содержит фактический товарооборот текущего периода. Знаменатель же представляет собой условную величину, показывающую, каким был бы товарооборот в текущем периоде при условии сохранения цен на базисном уровне. Поэтому соотношение этих двух категорий и отражает имевшее место изменение цен.

Необходимо отметить, что **сводный индекс цен** можно получить и методом Ласпейреса, фиксируя количество проданного товара на базисном уровне:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}.$$

Третиим индексом в данной индексной системе является **сводный индекс физического объема реализации**. Он характеризует изменение количества проданных товаров не в денежных, а в физических единицах измерения:

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}.$$

Весами в данном индексе выступают цены, которые фиксируются на базисном уровне. Между рассчитанными индексами существует следующая взаимосвязь:

$$I_p \cdot I_q = I_{pq}.$$

При анализе результатов производственной деятельности промышленного предприятия приведенные выше сводные индексы соответственно называются индексом стоимости продукции, индексом оптовых цен и индексом физического объема продукции.

### Задание 1.

Имеются следующие данные по производству продукции в 2016 году.

| Продукция | Произведено продукции |          | Себестоимость 1 ц руб. |          | Прямые затраты труда, тыс. чел.-час. |          |
|-----------|-----------------------|----------|------------------------|----------|--------------------------------------|----------|
|           | Базисный              | Отчетный | Базисный               | Отчетный | Базисный                             | Отчетный |
|           |                       |          |                        |          |                                      |          |

|     |      |      |      |      |    |    |
|-----|------|------|------|------|----|----|
| «A» | 1000 | 1200 | 3860 | 4210 | 93 | 87 |
| «B» | 2040 | 1800 | 258  | 263  | 40 | 56 |

**1. Найдите индивидуальные индексы:**

- а) производительности труда;
- б) физического объема;
- в) себестоимости 1 ц. продукции

Сделайте выводы.

**2. Найдите общие индексы:**

- а) индекс производительности труда;
- б) индекс физического объема продукции;
- 3. Индекс себестоимости продукции переменного состава;
- 4. Индекс себестоимости продукции постоянного состава.

Сделайте выводы.

**Задание 2.**

Ответьте на контрольные вопросы:

1. Что такое индекс?
2. Как классифицируются индексы:
  - а) по степени охвата явления
  - б) в зависимости от формы построения
  - в) по составу явления
3. Дайте краткую характеристику агрегатного индекса.

## *Практическое занятие № 10*

### **Тема: Применение индексов в анализе динамики средних уровней**

**Цель работы** - закрепить теоретические знания и приобрести практические навыки:

- в расчёте индивидуальных и общих индексов;
- в осуществлении анализа структурных сдвигов на основе индексного метода;
- производить факторный анализ на основе индексного метода

### **Теоретические сведения**

**Статистический индекс** - относительная величина, характеризующая соотношение одноименных показателей, имеющих одинаковое экономическое содержание.

По степени охвата единиц изучаемой совокупности выделяют индивидуальные (элементарные) и общие индексы,

**Индивидуальные индексы** характеризуют изменение отдельных единиц статистической совокупности.

**Общие индексы** отражают результат совместного изменения всех единиц, образующих статистическую совокупность.

Важной особенностью общих индексов является то, что они обладают синтетическими и аналитическими свойствами.

**Синтетические свойства** индексов позволяют соединить (агрегировать) разнородные единицы статистической совокупности.

**Аналитические свойства** индексов позволяют определять влияние факторов на изменение изучаемого показателя.

В зависимости от содержания и характера индексируемой величины различают количественные и качественные индексы,

**Количественные индексы** характеризуют суммарный размер явления (объём продукции, количество рабочих).

**Качественные индексы** характеризуют уровень явления в расчёте на единицу совокупности (цена товара, производительность, себестоимость).

При изучении динамики социально-экономических явлений сравниваемая величина (числитель индексного отношения) принимается за *текущий* (или отчётный) период, а величина, с которой производится сравнение - за *базисный* (сопоставимый) период.

Основным элементом индексного отношения является *индексируемая величина* – значение признака статистической совокупности, изменение которой является объектом изучения.

Для индексируемых величин приняты следующие обозначения:

**а) количественные или объемные показатели:**

$q$  — объём изготовленной продукции или количество проданного товара определённого вида в натуральном выражении;

$T$  — общее количество отработанных человеко-часов или человеко-дней (общие расходы рабочего времени на производство продукции) или среднесписочная численность работников;

$h$  — размер посевной площади;

**б) качественные показатели:**

$p$  — цена единицы товара или продукции;

$z$  — себестоимость единицы продукции;

$t = T/q$  - расходы рабочего времени (труда) на производство продукции, то есть её трудоемкость;

$\bar{q} = \frac{q}{T}$  - средний выпуск продукции в расчёте на одного работника или на один человеко-день (человеко-час), то есть производительность труда;

$u$  — урожайность определённой культуры с 1 га;

**в) показатели, которые получены путём произведения качественного и количественного показателей:**

$pq$  — стоимость выпуска продукции или общая стоимость проданного товара определённого вида (товарооборот);

$zq$  — общая себестоимость продукции, то есть расходы на её производство;

$tq = T$  — общие расходы рабочего времени на выпуск продукции;

$yh$  — валовой сбор определённой сельскохозяйственной культуры.

**Агрегатные индексы** являются основной формой общих индексов. В сложных статистических совокупностях необходимо обеспечить сопоставимость разнородных единиц. Для того в индексные отношения вводятся специальные сомножители индексируемых величин — *соизмерители*. Они необходимы для перехода от натуральных измерителей разнородных единиц статистической совокупности к однородным показателям. При этом в числителе и знаменателе общего индекса изменяется лишь значение индексируемой величины, а их соизмерители являются постоянными величинами.

Индексы можно вычислять на постоянной или переменной базах сравнения, т.е. базисные и цепные индексы.

В зависимости от задачи исследования и характера исходной информации можно вычислять как индивидуальные, так и общие базисные и цепные индексы.

Способы расчёта индивидуальных базисных и цепных индексов аналогичны расчёту относительных величин динамики.

Общие индексы в зависимости от их вида вычисляются с переменными и постоянными весами (соизмерителями).

Если в качестве веса используются показатели базисного периода, то такие индексы ряда называются индексами с постоянными весами. Для них действуют **правила**:

1. Произведение последовательных цепных индексов даёт базисный индекс последнего периода.

2. Отношение базисного индекса отчётного периода к базисному индексу предшествующего периода равно цепному индексу отчётного периода.

Если в качестве весов используются показатели отчётного периода, то это индексы образуют индексные ряды с переменными весами, поскольку в каждом отдельном индексе отчётный период изменяется. Индексы с переменными весами не подчиняются указанным выше правилам.

Таблица  
**Формулы агрегатных индексов**

| Название индекса | Способ расчёта ( $i = 1, 2, \dots$ )              |   |  |  |  |
|------------------|---|---|--|--|--|
|                  | базисный  |   | цепной   |  |  |
|                  | с постоянными весами                              | с переменными весами                              | с постоянными весами                                     | с переменными весами                                     |  |
| Индекс цен       | $I_{p_{1/0}} = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}$ | $I_{p_{1/0}} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$ | $I_{p_{1/0i-1}} = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_{i-1} q_0}$ | $I_{p_{1/0i-1}} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_{i-1} q_1}$ |  |

|                           |   |   |  |  |
|---------------------------|---|---|--|--|
| Индекс себестоимости      | $I_{z_{1/0}} = \frac{\sum z_1 q_0}{\sum z_0 q_0}$ | $I_{z_{1/0}} = \frac{\sum z_1 q_0}{\sum z_0 q_0}$         | $I_{z_{1/0i-1}} = \frac{\sum z_1 q_0}{\sum z_{i-1} q_0}$     | $I_{z_{1/0i-1}} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_{i-1} q_1}$         |
| Индекс физического объёма | $I_{q_{1/0}} = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0}$ | $I_{q_{1/0}} = \frac{\sum p_{i-1} q_1}{\sum p_{i-1} q_0}$ | $I_{q_{1/0i-1}} = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_{i-1} q_{i-1}}$ | $I_{q_{1/0i-1}} = \frac{\sum p_{i-1} q_1}{\sum p_{i-1} q_{i-1}}$ |
|                           | $I_{q_{1/0}} = \frac{\sum z_0 q_1}{\sum z_0 q_0}$ | $I_{q_{1/0}} = \frac{\sum z_{i-1} q_1}{\sum z_{i-1} q_0}$ | $I_{q_{1/0i-1}} = \frac{\sum z_0 q_1}{\sum z_{i-1} q_{i-1}}$ | $I_{q_{1/0i-1}} = \frac{\sum z_{i-1} q_1}{\sum z_{i-1} q_{i-1}}$ |

Каждый агрегатный индекс можно преобразовать в *средний арифметический индекс* из индивидуальных индексов. Для этого исследуемая величина отчётного периода (в числителе агрегатного индекса) заменяется произведением индивидуального индекса на индексируемую величину базисного периода. Средний арифметический индекс применяется, если известны данные базисного периода.

Для получения *среднего гармонического индекса* индексируемая величина базисного периода (в знаменателе агрегатного индекса) заменяется частным индексируемой величины отчётного периода и индивидуального индекса. На практике он применяется, если известны данные отчётного периода.

Формулы расчёта средних взвешенных индексов приведены в табл. 25.

Средние величины – наиболее распространённая форма сводных показателей. Средняя величина зависит от двух факторов:

- 1) от индивидуальных значений признака у единиц совокупности;
- 2) от удельного веса этих единиц в совокупности.

При экономическом анализе требуется решить, в какой мере на среднюю величину оказывают влияние оба этих фактора. Для этого используются индексы переменного состава, постоянного (фиксированного) состава и структурных сдвигов.

*Индекс переменного состава* отражает динамику средней величины за счёт обоих факторов.

*Индекс постоянного (фиксированного) состава* устраниет влияние изменения структуры на динамику средней величины.

Таблица

### Формулы расчёта средних взвешенных индексов

| Название индекса          | Средний арифметический   | Средний гармонический  |
|---------------------------|--|--|
| Индекс цен                | $I_{\delta} = \frac{\sum p_0 q_0 i_p}{\sum p_0 q_0}$   | $I_{\delta} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}}$   |
| Индекс физического объёма | $I_q = \frac{\sum p_0 q_0 i_q}{\sum p_0 q_0}$<br>$I_q = \frac{\sum z_0 q_0 i_q}{\sum z_0 q_0}$ | $I_q = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_q}}$<br>$I_q = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum \frac{z_1 q_1}{i_q}}$ |

|                      |   |   |
|----------------------|---|---|
| Индекс себестоимости | $I_z = \frac{\sum z_0 q_0 i_z}{\sum z_0 q_0}$ | $I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum \frac{z_1 q_1}{i_z}}$ |
|----------------------|---|---|

**Индекс структурных сдвигов** устраняет влияние изменения уровня на динамику средней величины.

Таблица  
Формулы индексов средних величин

| Название индекса                            | Индекс   | Абсолютное изменение  |
|---|--|---|
| Индекс переменного состава                  | $I_x = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} \div \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} = \frac{\sum x_1 d_1}{\sum x_0 d_0}$   | $\Delta_{\bar{o}} = \sum x_1 d_1 - \sum x_0 d_0$            |
| Индекс постоянного (фиксированного) состава | $I'_x = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} \div \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} = \frac{\sum x_1 d_1}{\sum x_0 d_1}$  | $\Delta'_{\bar{o}} = \sum x_1 d_1 - \sum x_0 d_1$           |
| Индекс структурных сдвигов                  | $I_{\text{структурных}} = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} \div \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} = \frac{\sum x_0 d_1}{\sum x_0 d_0}$  | $\Delta_{\text{структурных}} = \sum x_0 d_1 - \sum x_0 d_0$ |
| Условные обозначения                        | $\tilde{o}_0, \tilde{o}_1$ - индивидуальные значения признака в базисном и отчётном периодах соответственно;<br>$d_0, d_1, f_0, f_1$ - соответствующие удельные веса (частоты) в базисном и отчётном периодах соответственно |   |

Индексный метод не только позволяет отразить динамику сложного явления, но и проанализировать влияние на неё отдельных факторов.

Если результативный показатель С можно представить как произведение количественного фактора А и качественного фактора В, то

1) при исследовании влияния количественного фактора, качественный фактор фиксируется на уровне базисного периода;

2) при исследовании влияния качественного фактора, количественный фактор фиксируется на уровне отчётного периода.

Экономические индексы тесно связаны между собой и образуют комплексную систему по правилу:

$$I_C = I_A \cdot I_B$$

Используя индексы системы, можно по двум известным индексам найти третий, неизвестный.

Индексные системы могут применяться и для определения в абсолютном выражении изменения сложного явления за счёт влияния отдельных факторов. Такие расчёты называют *разложением абсолютного прироста по факторам*.

Таблица  
Применение индексов в факторном анализе

| Название индекса | Индекс                                    | Абсолютное изменение                          |
|------------------|---|---|
| Индекс цен       | $I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$ | $\Delta p q(p) = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1$ |

|                               |  |  |
|-------------------------------|--|--|
| Индекс физического объёма     | $I_q = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0}$    | $\Delta pq(q) = \sum p_0 q_1 - \sum p_0 q_0$ |
|                               | $I_q = \frac{\sum z_0 q_1}{\sum z_0 q_0}$    | $\Delta pq(q) = \sum z_0 q_1 - \sum z_0 q_0$ |
| Индекс себестоимости          | $I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1}$    | $\Delta zq(z) = \sum z_1 q_1 - \sum z_0 q_1$ |
| Индекс стоимости продукции    | $I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}$ | $\Delta pq = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0$    |
| Индекс затрат на производство | $I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_0}$    | $\Delta zq = \sum z_1 q_1 - \sum z_0 q_0$    |
| Взаимосвязь                   | $I_{pq} = I_p \cdot I_q$                     | $\Delta pq = \Delta pq(p) + \Delta zq(q)$    |
|                               | $I_{zq} = I_z \cdot I_q$                     | $\Delta zq = \Delta zq(z) + \Delta zq(q)$    |

### Примеры решения задач

**Задача 1.** Имеются следующие данные о продаже товаров на рынке города:

| Товар   | Продано товара, тыс.кг. |      | Цена за 1кг, руб. |       |
|---------|-------------------------|------|-------------------|-------|
|         | июнь                    | июль | июнь              | июль  |
| яблоки  | 90                      | 100  | 9,50              | 12,00 |
| морковь | 60                      | 40   | 18,00             | 15,00 |

Определите:

- Индивидуальные индексы цен и объема проданного товара;
- Общий индекс товарооборота;
- Общий индекс физического объема товарооборота;
- Общий индекс цен;
- Прирост товарооборота всего и в том числе за счет изменения цен и объема продажи товаров.

Покажите взаимосвязь между исчисленными индексами.

Решение:

Для удобства решения задачи оформим вспомогательной таблицей:

| Товар   | Продано товара, тыс.кг. |      | Цена за 1 кг, руб. |       | Расчетные графы         |                         |           |           |           |
|---------|-------------------------|------|--------------------|-------|-------------------------|-------------------------|-----------|-----------|-----------|
|         |                         |      |                    |       | $i_p = \frac{p_1}{p_0}$ | $i_q = \frac{q_1}{q_0}$ | $p_0 q_0$ | $p_1 q_1$ | $p_0 q_1$ |
|         | июнь                    | июль | июнь               | июль  |                         |                         |           |           |           |
| яблоки  | 90                      | 100  | 9,50               | 12,00 | 1,263                   | 1,111                   | 855       | 1200      | 950       |
| морковь | 60                      | 40   | 18,00              | 15,00 | 0,833                   | 0,667                   | 1080      | 600       | 720       |
| итого   | -                       | -    | -                  | -     | -                       | -                       | 1935      | 1800      | 1670      |

1. Общий индекс товарооборота

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{1800}{1935} = 0.930 \quad \text{или } 93 \%$$

Товарооборот в июле снизился на 7% (93-100) по сравнению с июнем.

2. Общий индекс физического объёма товарооборота.

$$I_q = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{1670}{1935} = 0.863 \quad \text{или } 86,3 \%$$

Это значит, что количество проданного товара в июле было меньше на 13,7%, чем в июне.

3. Общий индекс цен

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{1800}{1670} = 1.078 \quad \text{или } 107,8 \%$$

т.е. цены на оба товара в среднем выросли на 7,8%

4. Снижение товарооборота в целом

$$\Delta pq = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0 = 1800 - 1935 = -135 \text{тыс.руб.}$$

Данное снижение обусловлено изменением двух факторов.

а) прирост за счёт изменения цен составил:

$$\Delta pq(p) = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1 = 1800 - 1670 = 130 \text{тыс.руб.}$$

б) снижение за счёт изменения количества проданных товаров:

$$\Delta pq(q) = \sum p_0 q_1 - \sum p_0 q_0 = 1670 - 1935 = -265 \text{тыс.руб.}$$

Между исчисленными индексами существует взаимосвязь:

$$I_{pq} = I_p \cdot I_q = 0.863 \cdot 1.078 = 0.930$$

**Задача 2.** Имеются следующие данные о продаже товаров в магазине города:

| Товарная группа   | Продано в предыдущем периоде, тыс. руб. | Изменение количества проданных товаров в отчетном периоде по сравнению с предыдущим, % |
|-------------------|---|--|
| 1 видеотехника    | 300                                     | +10  |
| 2 бытовая техника | 327                                     | +12  |

Определите индекс физического объема товарооборота.

Решение:

Индекс физического объема товарооборота определяется как средний арифметический:

$$I_q = \frac{\sum i_q p_0 q_0}{\sum p_0 q_0},$$

где  $i_q = \frac{q_1}{q_0}$  - индивидуальный индекс физического объёма

Индивидуальные индексы количества по товарным группам составят:

$$i_1 = \frac{100+10}{100} = 1.1 \quad i_2 = \frac{100+12}{100} = 1.12$$

Подставляем значения в формулу и получаем индекс физического объёма товарооборота

$$I_q = \frac{\sum i_q p_0 q_0}{\sum p_0 q_0} = \frac{1.1 \cdot 300 + 1.12 \cdot 327}{300 + 327} = \frac{696}{627} = 1,110 \text{ или } 111,0 \%$$

Следовательно, количество проданных товаров увеличилось на 11%, что в денежном выражении составило 69 тыс. руб. (696 - 627).

Если, например, известно, что цены на эти товары снизились на 5%, то можно определить, как изменился общий товарооборот:

$$I_{pq} = I_p \cdot I_q = 1.11 \cdot 0.95 = 1.045 \text{ или } 104,5 \%,$$

т.е. товарооборот по этим товарам увеличился на 4,5 %.

**Задача 3.** По имеющимся данным о продаже товаров в торговых предприятиях района определите:

1. Изменение цен на проданные товары (индекс цен)
2. Общий индекс товарооборота
3. Общий индекс физического товарооборота

| Товар         | Товарооборот в действующих ценах, тыс. руб. |           | Изменение средних цен во 2 квартале по сравнению с 1 кварталом, % |
|---------------|---|-----------|---|
|               | 1 квартал                                   | 2 квартал |   |
| Обувь         | 60  | 80        | +12   |
| Трикотаж      | 24  | 30        | +5  |
| Кожгалантерия | 32  | 45        | +2  |

Решение:

1. Общий индекс цен исчислим в форме среднего гармонического индекса:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}}$$

Здесь  $i_p = \frac{p_1}{p_0}$  - индивидуальный индекс цен.

Для вычисления этого индекса определим предварительно индивидуальные индексы цен:

Для обуви

$100+12= 112 \%$  или 1,12 в коэффициентах,

Для трикотажа  $100+5=105\%$  или 1,05

Для кожгалантереи  $(100+2):100=1,02$

Следовательно:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}} = \frac{80+30+45}{\frac{80}{1,12} + \frac{30}{1,05} + \frac{45}{1,02}} = \frac{155}{144} = 1,076 \text{ или } 107,6\%$$

т.е. цены в среднем увеличились на 7,6 %. Сумма перерасхода, полученная населением от повышения цен, составила  $155 - 144 = 11$  тыс. руб.

2. Общий индекс товарооборота:

$$I_{pq} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{80+30+45}{60+24+32} = \frac{155}{116} = 1,336 \text{ или } 133,6\%$$

Товарооборот во втором квартале вырос по сравнению с 1 кварталом на 33,6 % или на 39 тыс. руб. (155-116)

3. Общий индекс физического товарооборота:

$$I_q = \frac{\sum \frac{p_1 q_1}{i_p}}{\sum p_0 q_0} = \frac{144}{116} = 1,241 \text{ или } 124,1\%$$

Следовательно, количество проданных товаров увеличилось на 24,1%, что составляет 28 тыс. руб. (144-116).

**Задача 4.** На основании данных о реализации обуви за два периода, определите:

1. Среднюю цену на обувь за базисный и отчетный периоды и динамику этой цены (индекс переменного состава);

2. Индекс постоянного состава;

3. Индекс структурных сдвигов в реализации обуви.

| Виды обуви | Базисный период              |                 | Отчетный период              |                |
|------------|------------------------------|-----------------|------------------------------|----------------|
|            | Средняя цена за 1 пару, руб. | Количество, пар | Средняя цена за 1 пару, руб. | Количество пар |
| Мужская    | 950                          | 50              | 1000                         | 80             |
| Женская    | 1000                         | 80              | 1100                         | 90             |
| Детская    | 350                          | 100             | 360                          | 110            |

Решение:

1. Определим среднюю цену за периоды:

- базисный:

$$\bar{p}_0 = \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{50 \cdot 950 + 80 \cdot 1000 + 100 \cdot 350}{50 + 80 + 100} = \frac{162500}{230} = 706,52$$

- отчётный:

$$\overline{p_1} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} = \frac{80 \cdot 1000 + 90 \cdot 1100 + 110 \cdot 360}{80 + 90 + 110} = \frac{218600}{280} = 780,71$$

Индекс переменного состава:

$$I_{nc} = \frac{\overline{p_1}}{\overline{p_0}} = \frac{780,71}{706,52} = 1.105 \text{ или } 110,5\%$$

Индекс показывает, что средняя цена обуви по всем её видам возросла на 10,5 %. Это повышение обусловлено изменением цен по каждому виду обуви и изменением структуры.

Выявим влияние каждого из этих факторов на динамику средней цены, исчислив индексы постоянного (фиксированного) состава и влияния структурных сдвигов.

2. Индекс фиксированного (постоянного) состава:

$$I_{\phi c} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} = \frac{1000 \cdot 80 + 1100 \cdot 90 + 360 \cdot 110}{80 + 90 + 110} \div \frac{950 \cdot 80 + 1000 \cdot 90 + 350 \cdot 110}{80 + 90 + 110} = \\ = \frac{218600}{280} \div \frac{204500}{280} = \frac{780,71}{730,36} = 1.069 \text{ или } 106,9\%$$

Цена по всем видам обуви возросла в среднем на 6,9%

3. Индекс влияния структурных сдвигов:

$$I_{cc} = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} \div \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{204500}{280} \div \frac{162500}{230} = \frac{730,36}{706,52} = 1.034 \text{ или } 103,4\%$$

Средняя цена в отчётом периоде увеличилась дополнительно на 3,4 % за счёт изменения структуры.

### Задания для практической работы

**Задача 1.** Имеются данные о ценах и количестве проданных товаров:

| Вид товара | Цена за единицу, руб. |                 | Реализовано, тысяч единиц |                 |
|------------|-----------------------|-----------------|---------------------------|-----------------|
|            | Предыдущий период     | Отчетный период | Предыдущий период         | Отчетный период |
| Мясо, кг.  | 90,0                  | 120,0           | 600                       | 500             |
| Молоко, л. | 8,30                  | 9,50            | 800                       | 900             |

Определите общие индексы цен; физического объёма и индекс товарооборота. Сделайте выводы и покажите взаимосвязь индексов.

**Задача 2.** Себестоимость и объем продукции завода характеризуются следующими данными:

| Изделие | Себестоимость единицы изделия, тыс. руб. |         | Выработано продукции, тыс. руб. |         |
|---------|--|---------|---------------------------------|---------|
|         | январь                                   | февраль | январь                          | Февраль |
| 1       | 25                                       | 20      | 80                              | 90      |
| 2       | 10                                       | 8       | 150                             | 200     |

Определите:

1. Общий индекс затрат на все изделия;
2. Общий индекс себестоимости единицы изделия;
3. Общий индекс физического объёма продукции.

Сделайте выводы и покажите взаимосвязь индексов.

**Задача 3.** Известны следующие данные по фарфорофаянсовому заводу:

| Вид изделия | Предыдущий год                               |                              | Отчетный год                                  |                              |
|-------------|--|------------------------------|---|------------------------------|
|             | Затраты труда на единицу изделия (чел. час.) | Произведено продукции, (шт.) | Затраты труда на единицу изделия, (чел. час.) | Произведено продукции, (шт.) |
| Сервизы     | 5,0  | 2200                         | 5,5   | 2000                         |
| Вазы        | 3,0  | 1000                         | 2,8   | 1300                         |

Определите:

1. Общий индекс трудоёмкости изделия;
2. Общий индекс физического объёма продукции;
3. Общий индекс затрат на всю продукцию;

4. Абсолютное изменение общих затрат труда - всего и в том числе за счёт изменений в трудоёмкости изделий и объёма производства.

Сделайте выводы об изменениях в работе завода в отчётом периоде по сравнению с предыдущим периодом.

**Задача 4.** Реализация товаров в магазине характеризуется следующими данными:

| Вид товара | Предыдущий период |                       | Отчетный период |                       |
|------------|-------------------|-----------------------|-----------------|-----------------------|
|            | Количество, шт.   | Цена за единицу, руб. | Количество, шт. | Цена за единицу, руб. |
| Утюги      | 60                | 700,0                 | 70              | 1000,0                |
| Кастрюли   | 90                | 550,0                 | 100             | 500,0                 |
| Замки      | 30                | 60,0                  | 30              | 75,0                  |

Определите:

1. Общий индекс цен;
2. Общий индекс физического объёма проданных товаров;
3. Общий индекс товарооборота.

Покажите взаимосвязь между вычисленными индексами. Какую роль в изменении товарооборота сыграли изменения цен и количества проданных товаров?

4. Абсолютную величину изменения расходов населения в связи с изменением цен.

Сделайте вывод.

**Задача 5.** Имеются следующие данные о производстве мебели на мебельной фабрике:

| Вид продукции | Затраты на производство , млн.руб. |                 | Изменение себестоимости единицы продукции в отчетном периоде по сравнению с предыдущим, % |
|---------------|------------------------------------|-----------------|---|
|               | Предыдущий период                  | Отчетный период |   |
|               |                                    |                 |   |

|        |       |       |               |
|--------|-------|-------|---------------|
| Диваны | 120,0 | 118,0 | - 8,0         |
| Кресла | 83,0  | 87,0  | + 5,0         |
| столы  | 15,0  | 14,0  | Без изменения |

Определите:

1. Общий индекс себестоимости единицы продукции;
2. Общий индекс затрат на производство продукции;
3. Общий индекс физического объёма произведённой продукции;
4. Абсолютное изменение затрат в отчётом периоде по сравнению с предыдущим за счёт изменения себестоимости и количества произведённой продукции.

Покажите взаимосвязь между вычисленными показателями. Сделайте выводы.

**Задача 6.** Имеются следующие данные по промышленному тorgу района:

| Группы товаров  | Товарооборот в отчетном году, тыс. руб. | Изменение цен на товары в отчетном году по сравнению с предыдущим, в % |
|-----------------|---|--|
| Электротовары   | 1720                                    | + 9  |
| Видеотехника    | 1580                                    | + 7  |
| Бытовая техника | 1800                                    | + 2  |

Определите общие индексы цен и физического объема товарооборота, если товарооборот в фактических ценах увеличился в отчетном году по сравнению с предыдущим годом на 2%

**Задача 7.** По обувной фирме имеются следующие данные о затратах на производство и об изменении себестоимости изделий:

| Наименование изделий | Общие затраты на производство изделий во 2 квартале, тыс. руб. | Изменение себестоимости единицы изделия в 2 квартале по сравнению с 1, % |
|----------------------|--|--|
| Обувь женская        | 200  | + 5  |
| Обувь мужская        | 350  | + 7  |
| Обувь детская        | 100  | - 1  |

Определите:

1. Среднее изменение себестоимости изделий по фирме во 2 квартале по сравнению с 1 кварталом;
2. Абсолютную сумму экономии (перерасхода), полученную от изменения себестоимости;
3. Общее изменение затрат на производство продукции (в %), если количество произведённой продукции увеличилось в 1,15 раза. Сделайте выводы.

**Задача 8.** Имеются следующие данные по кондитерскому магазину «Орион»

| Наименование продуктов | Реализовано в предыдущем периоде, тыс.руб. | Увеличение объема продажи в отчетном периоде по сравнению с предыдущим % |
|------------------------|--|--|
| конфеты                | 1800                                       | + 23   |

|         |      |      |
|---------|------|------|
| печенье | 1700 | + 15 |
|---------|------|------|

Определите:

1. Как изменилось количество реализации кондитерских изделий в целом по магазину (в % и в тыс. руб.)?

2. Изменились ли цены на кондитерские изделия, если известно, что товарооборот в отчётом году увеличился на 32 %? Сделайте выводы.

**Задача 9.** Используя приведённые в таблице данные о реализации овощей, вычислите общие:

1. Индекс физического объёма товарооборота;
2. Индекс цен;
3. Индекс фактического товарооборота;
4. Сумму влияния изменения цен на бюджет населения.

Сделайте выводы.

| Продукты  | Товарооборот, тыс. руб. |              | Индивидуальные индексы кол-ва |
|-----------|-------------------------|--------------|-------------------------------|
|           | Прошлый год             | Отчетный год |                               |
| овощи     | 86                      | 102,5        | 1,07                          |
| картофель | 92                      | 117,8        | 1,12                          |
| фрукты    | 94                      | 130,0        | 0,96                          |

**Задача 10.** Имеются данные, характеризующие работу некоторого предприятия:

| Вид продукции | Произведено продукции, ед. |        |          | Себестоимость единицы продукции, тыс. руб. |        |          |
|---------------|----------------------------|--------|----------|--|--------|----------|
|               | июль                       | август | сентябрь | июль                                       | август | сентябрь |
| A             | 25                         | 29     | 30       | 30   | 32     | 31       |
| B             | 20                         | 23     | 25       | 38   | 41     | 45       |
| V             | 22                         | 23     | 24       | 50   | 51     | 53       |

Вычислите базисные и цепные индивидуальные и агрегатные индексы себестоимости, физического объёма и затрат на производство. Проверьте взаимосвязь между исчисленными индексами.

**Задача 11.** Общие затраты на производство продукции составили: в 2009 году – 8,7 млн. руб., в 2010 году – 8,9 млн. руб., в 2011 году – 9,3 млн. руб.

Себестоимость продукции в 2010 году снизилась в среднем по сравнению с 2009 годом на 3,2%, а в 2011 году по сравнению с 2010 годом – на 1,5 %.

Определите соответствующие изменения физического объёма продукции за эти годы.

**Задача 12.** На основании данных таблицы определите:

1. Индекс средней выработки переменного состава;
2. Индекс выработки постоянного состава;
3. Индекс структурных сдвигов.

Сделайте вывод.

|         |                 |                 |
|---------|-----------------|-----------------|
| Бригады | Базисный период | Отчётный период |
|---------|-----------------|-----------------|



**Задача 16.** Как изменился товарооборот в текущих ценах, если количество проданных товаров возросло на 2,2 %, а цены выросли на 150 %?

**Задача 17.** Как в среднем изменились цены на строительную продукцию, если известно, что объём реализации этих товаров, увеличился за этот период на 15 %, а товарооборот по этой группе товаров увеличился на 21 %

**Задача 18.** Производительность труда рабочих на предприятии увеличилась в отчётном периоде на 1,2%, а численность рабочих сократилась на 5%. Как изменился объём произведённой продукции на предприятии?

**Задача 19.** В отчётном периоде по сравнению с базисным периодом стоимость основных производственных фондов увеличилась на 17 %, а фондоотдача снизилась на 5 %. Как изменились при этом затраты времени на производство этой продукции?

**Задача 20.** Трудоёмкость одного изделия в отчётном периоде снизилась на 2,5 % а объём произведённой за этот период продукции увеличился на 3,2 %. Как изменились при этом затраты времени на производство этой продукции?

**Задача 21.** Затраты на одно изделие увеличились в отчётном году в среднем на 7,2 %, а на все произведённые изделия – на 8%. Как изменилось количество изготовленных изделий?

**Задача 22.** Определить изменение средней цены товара, реализуемого на нескольких оптовых рынках, если индекс цен фиксированного состава равен 108,4 %, а структурные сдвиги в реализации товара привели к снижению средней цены на 0,7 %.

**Задача 23.** Как изменился физический объём товарооборота, если сумма товарооборота в действующих ценах увеличилась на 20,5 %, а цены выросли в среднем на 3,0 %.

**Задача 24.** Количество произведённой продукции в натуральном выражении уменьшилось на 2,7 %, а отпускные цены на продукцию увеличились на 3,9%. Определить, на сколько процентов изменилась стоимость продукции в отчётном году по сравнению с базисным годом.

**Задача 25.** Стоимость продукции в текущих ценах составила в базисном году – 33,5 млн. руб., в отчётном году – 42,1 млн. руб. Индекс цен в отчётном году составил 112,5 %. Производительность труда на одного рабочего возросла за период со 140 до 164 тыс. руб. Найти индексы физического объёма продукции, производительности труда и численности рабочих.

## *Практическое занятие № 11*

### **Тема: Ошибки выборочного наблюдения. Корректировка выборки**

**Цель** – закрепить теоретические знания и приобрести практические навыки:

- вычисления ошибок выборки;
- построения доверительных интервалов выборочных характеристик;
- расчёта необходимого объёма выборки;
- анализа полученных результатов

### **Теоретические сведения**

**Выборочный метод** статистического исследования позволяет определить обещающие характеристики изучаемой совокупности на основе положений случайного отбора.

Преимущество выборочного метода состоит в том, что обследованию подвергается сравнительно небольшая часть всей изучаемой совокупности. При этом сокращаются сроки исследования, снижаются затраты труда и средств на его проведение, уменьшаются ошибки регистрации.

Статистическая совокупность, из которой производится отбор части единиц, называется *генеральной совокупностью* и обозначается  $N$ . Отобранная из генеральной совокупности часть единиц, которая будет подвергнута обследованию, называется *выборочной совокупностью* и обозначается  $n$ .

В генеральной совокупности доля единиц, обладающих изучаемым признаком, называется *генеральной долей* (обозначается через  $p$ ), а средняя величина изучаемого варьирующего признака – *генеральной средней* (обозначается через  $\bar{d}$ ).

В выборочной совокупности долю изучаемого признака называют *выборочной долей* (обозначается через  $w$ ), а среднюю величину называют *выборочной средней* (обозначают через  $\tilde{d}$ ).

Основная задача выборочного наблюдения состоит в том, чтобы на основе характеристик выборочной совокупности (средней и доли) получить достоверные данные о показателях средней и доли в генеральной совокупности. При этом возникает ошибка репрезентативности.

**Ошибка выборки** – это объективно возникающее расхождение между характеристиками выборки и генеральной совокупности. Она зависит от ряда факторов: степени вариации изучаемого признака, численности выборки, метода отбора единиц в выборочную совокупность, принятого уровня достоверности.

По *методу отбора* различают *повторную* и *бесповторную* выборки.

При *повторной выборке* каждая единица, попавшая в выборку, после регистрации возвращается в генеральную совокупность. Таким образом, общая численность единиц генеральной совокупности в процессе выборки остаётся неизменной.

При *бесповторной выборке* единица, попавшая в выборку, после регистрации в генеральную совокупность не возвращается. Таким образом, численность единиц генеральной совокупности уменьшается в процессе исследования.

Способ отбора определяет конкретный механизм или процедуру выборки единиц из генеральной совокупности. В практике выборочных исследований наибольшее распространение получили следующие способы формирования выборочной совокупности.

**Собственно-случайная выборка** состоит в том, что выборочная совокупность образуется в результате случайного (непреднамеренного) отбора отдельных единиц из генеральной совокупности. При этом количество отобранных в выборочную совокупность единиц обычно определяется исходя из принятой доли выборки.

**Механическая выборка** состоит в том, что отбор единиц состоит в том, что отбор единиц в выборочную совокупность производится из генеральной совокупности, разбитой на равные интервалы (группы). При этом размер интервала в генеральной совокупности равен обратной величине доли выборки. Таким образом, в соответствии с принятой долей отбора, генеральная совокупность как бы механически разбивается на равновеликие группы. Из каждой группы в выборку отбирается лишь одна единица.

**Типическая выборка** предполагает разбиение генеральной совокупности на однородные типические группы. Затем из каждой типической группы собственно-случайной или механической выборкой производится индивидуальный отбор единиц в выборочную совокупность.

Типическая выборка обычно применяется при изменении сложных статистических совокупностей. Например, при выборочном исследовании производительности труда работников торговли, состоящих из отдельных групп по квалификации.

Важной особенностью типической выборки является то, что она даёт более точные результаты по сравнению с другими способами отбора единиц в выборочную совокупность.

**Серийная выборка** предполагает разбиение генеральной совокупности на одинаковые по объёму группы - серии. Число серий в генеральной совокупности обозначим через  $M$ . В выборочную совокупность отбираются серии. Число серий, отобранных в выборочную совокупность, обозначим через  $m$ . Внутри серии производится сплошное наблюдение единиц, попавших в серию.

В статистике различают также одноступенчатые и многоступенчатые способы отбора единиц в выборочную совокупность.

При **одноступенчатой выборке** каждая отобранная единица сразу же подвергается изучению по заданному признаку. Так, например, проводится собственно-случайная и серийная выборки.

При **многоступенчатой выборке** производят подбор из генеральной совокупности отдельных групп, а из групп выбираются отдельные единицы. Так, например, проводится типическая выборка с механическим способом отбора единиц в выборочную совокупность.

Конечной целью выборочного наблюдения является характеристика генеральной совокупности на основе выборочных результатов.

Выборочную среднюю и выборочную долю распространяют на генеральную совокупность с учётом предела их возможной ошибки.

Предельная ошибка выборки позволяет построить доверительные интервалы для параметров генеральной совокупности.

**Доверительный интервал** – интервал, в котором с заданной вероятностью (надёжностью) находится заданный параметр.

Доверительные интервалы для генеральной средней и генеральной доли определяются по формулам:

$$\bar{X} = \tilde{X} \pm \Delta_x \text{ или } \tilde{X} + \Delta_x \geq \bar{X} \geq \tilde{X} - \Delta_x$$

$$P = W \pm \Delta_p \text{ или } W + \Delta_p \geq P \geq W - \Delta_p,$$

где  $\Delta_{\bar{x}}$  и  $\Delta_p$  - соответственно предельные ошибки выборочной средней и выборочной доли.

Предельная ошибка выборки ( $\Delta$ ) определяется по формулам:

$$\Delta_x = t \times \mu_{\bar{x}},$$

$$\Delta_p = t \times \mu_p,$$

где  $t$  - коэффициент доверия.

Расчёт ошибок выборки представлен в табл.

Таблица  
Расчёт средней ошибки выборки

| Наименование показателей                                | Повторная выборка                     | Бесповторная выборка  |
|---|---------------------------------------|---|
| <b>Собственный случайный и механический отбор</b>       |                                       |   |
| а) при определении среднего размера изучаемого признака | $\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$   | $\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}(1 - \frac{n}{N})}$                    |
| б) при определении доли                                 | $\mu_p = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}$     | $\mu_p = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}\left(1 - \frac{n}{N}\right)}$           |
| <b>Типический отбор</b>                                 |                                       |   |
| а) при определении среднего размера изучаемого признака | $\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma_i^2}{n}}$ | $\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}(1 - \frac{n}{N})}$                    |
| б) при определении доли данного признака                | $\mu_p = \sqrt{\frac{w_i(1-w_i)}{n}}$ | $\mu_p = \sqrt{\frac{w_i(1-w_i)}{n}\left(1 - \frac{n}{N}\right)}$       |
| <b>Серийный отбор</b>                                   |                                       |   |
| а) при определении среднего размера изучаемого признака | $\mu_x = \sqrt{\frac{\delta^2}{S}}$   | $\mu_{\bar{o}} = \sqrt{\frac{\delta^2}{S}\left(\frac{S-s}{S-1}\right)}$ |
| б) при определении доли                                 | $\mu_p = \sqrt{\frac{w_s(1-w_s)}{S}}$ | $\mu_p = \sqrt{\frac{w_s(1-w_s)}{S}\left(\frac{S-s}{S-1}\right)}$       |

Доверительная вероятность по величине  $t$  определяется по специальной таблице.

При обобщении результатов выборочного наблюдения наиболее часто используют следующие уровни вероятности и соответствующие им значения  $t$ :

|   |       |       |       |       |
|---|-------|-------|-------|-------|
| P | 0,683 | 0,950 | 0,954 | 0,997 |
| t | 1     | 1,96  | 2     | 3     |

Определение необходимой численности выборки ( $n$ ) производится на основе алгебраического преобразования формы предельных ошибок выборки.

1. При определении среднего размера признака

$$n = \frac{t^2 \sigma^2}{\Delta_x^2} \text{ - повторный отбор,}$$

$$n = \frac{t^2 \sigma^2 N}{\Delta_x^2 N + t^2 \sigma^2} \text{ - бесповторный отбор}$$

2. При определении доли признака

$$n = \frac{t^2 w(1-w)}{\Delta_w^2} \text{ - повторный отбор,}$$

$$n = \frac{t^2 w(1-w)N}{\Delta_w^2 N + t^2 w(1-w)} - \text{бесповторный отбор.}$$

В случаях, когда частота  $W$  даже приблизительно неизвестна, в расчёт вводят максимальную величину дисперсии доли равную 0,25 (если  $W=0,5$ , то  $W(1-W)=0,25$ ).

### Примеры решения задач

**Задача 1.** Определите границы изменения среднего значения признака в генеральной совокупности, если известно следующее её распределение, основанное на результатах повторного выборочного обследования:

| Группировка значений признака                                    | До 4 | 4 - 8 | 8 - 12 | 12 - 16 | 16 - 20 | Итого |
|--|------|-------|--------|---------|---------|-------|
| Число единиц выборочной совокупности, входящих в данный интервал | 10   | 20    | 36     | 20      | 14      | 100   |

Уровень доверительной вероятности определите самостоятельно.

Решение

Среднее значение признака по выборке:

$$\tilde{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{2 \cdot 10 + 6 \cdot 20 + 10 \cdot 36 + 14 \cdot 20 + 18 \cdot 14}{100} = \frac{1032}{100} = 10$$

Выборочная дисперсия:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{\sum (x_i - \tilde{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{(2-10)^2 \cdot 10 + (6-10)^2 \cdot 20 + (10-10)^2 \cdot 36 + (14-10)^2 \cdot 20 + (18-10)^2 \cdot 14}{100} = \\ &= \frac{640 + 320 + 320 + 896}{100} = \frac{2176}{100} = 21.76 \end{aligned}$$

Вероятность ошибки установим – 0,954, соответственно уровень коэффициента доверия составит 2.

$$\Delta_{\tilde{x}} = t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = 2 \sqrt{\frac{21.76}{100}} = 0.94$$

Установим границы изменения среднего значения признака в генеральной совокупности

$$\tilde{x} - \Delta_{\tilde{x}} \leq \bar{x} \leq \tilde{x} + \Delta_{\tilde{x}}$$

$$10 - 0.94 \leq \bar{x} \leq 10 + 0.94$$

$$9.06 \leq \bar{x} \leq 10.94$$

Таким образом, с вероятностью 0,954 можно утверждать, что среднее значение признака в генеральной совокупности будет находиться в пределах от 9,06 до 10,94.

**Задача 2.** В результате случайной повторной выборки в городе предполагается определить долю семей с числом детей три и более. Какова должна быть численность выборки, чтобы с вероятностью 0,954 ошибка выборки не превышала 0,02, если на основе предыдущих обследований известно, что дисперсия равна 0,27.

Решение

Необходимый объём выборки определим по формуле:

$$n = \frac{t^2 w(1-w)}{\Delta_w^2} = \frac{2^2 \cdot 0.27}{0.02^2} = \frac{1.08}{0.00004} = 2700 \text{ семей}$$

Численность выборки должна составлять 2700 семей.

**Задача 3.** Проведено выборочное наблюдение партии однородной продукции для определения процента изделий высшего сорта.

При механическом способе из партии готовых изделий в 20000 единиц было обследовано 800 единиц, из которых 640 изделий отнесены к высшему сорту.

Определите с вероятностью 0,997 возможный процент изделий высшего сорта во всей партии.

Решение

В случае механического отбора предельная ошибка определяется по следующей формуле:

$$\Delta_w = t \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)},$$

где  $t$  - коэффициент доверия  $t=3$  при  $p = 0,997$ ;

$N$  – численность генеральной совокупности;

$n$ - численность выборки;

$w$  – выборочная доля.

Определяем выборочную долю  $w = 640/800 = 0.8$

Рассчитываем предельную ошибку выборки

$$\Delta_w = t \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = 3 \sqrt{\frac{0,8(1-0,8)}{800} \left(1 - \frac{800}{20000}\right)} = 3 \cdot \sqrt{\frac{0,16}{800} \cdot 0,96} = 3 \cdot 0,0139 = 0,04$$

Устанавливаем границы генеральной доли изделий высшего сорта:

$$p = w \pm \Delta_w$$

$$p = 0.8 \pm 0.04$$

Следовательно, генеральная доля находится в пределах:  $0.76 \leq p \leq 0.84$

**Задача 4.** На предприятии в порядке случайной бесповторной выборки было опрошено 100 рабочих из 1000 и получены следующие данные об их доходе за октябрь:

|                      |          |           |           |           |
|----------------------|----------|-----------|-----------|-----------|
| Месячный доход, руб. | 600-1000 | 1000-1400 | 1400-1800 | 1800-2200 |
| Число рабочих        | 12       | 60        | 20        | 8         |

Определить:

- среднемесячный размер дохода у работников данного предприятия, гарантируя результат с вероятностью 0,997;
- долю рабочих предприятия, имеющих месячный доход 1400 руб. и выше, гарантируя результат с вероятностью 0,954;
- необходимую численность выборки при определении среднего месячного дохода работников предприятия, чтобы с вероятностью 0,954 предельная ошибка выборки не превышала 50 руб.;
- необходимую численность выборки при определении доли рабочих с размером месячного дохода 1400 руб. и выше, чтобы с вероятностью 0,954 предельная ошибка не превышала 2 %.

Решение

Средний месячный доход по выборке

$$\tilde{x} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{800 \cdot 12 + 1200 \cdot 60 + 1600 \cdot 20 + 2000 \cdot 8}{12 + 60 + 20 + 8} = 1296 \text{ руб.}$$

Определяем дисперсию выборочной средней

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \tilde{x})^2 \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{(800 - 1296)^2 \cdot 12 + (1200 - 1296)^2 \cdot 60 + (1600 - 1296)^2 \cdot 20 + (2000 - 1296)^2 \cdot 8}{12 + 60 + 20 + 8} = 93184$$

Предельная ошибка выборки при вероятности  $p=0,997$   $t=3$  составит:

$$\Delta_{\tilde{x}} = t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = 3 \sqrt{\frac{93184}{100} \left(1 - \frac{100}{1000}\right)} = 86.9 \text{ руб.}$$

Доверительный интервал среднего размера месячного дохода работников предприятия

$$\tilde{x} - \Delta_{\tilde{x}} \leq \bar{x} \leq \tilde{x} + \Delta_{\tilde{x}}$$

$$1296 - 86,9 \leq \bar{x} \leq 1296 + 86,9$$

$$1209,1 \leq \bar{x} \leq 1382,9$$

Следовательно, с вероятностью 0,997 можно утверждать, что среднемесячный размер дохода у работников данного предприятия находится в пределах от 1209,1 до 1382,9 руб.

2) Определим долю рабочих ( $w$ ), имеющих размер месячного дохода 1400 руб. и выше:

$$w = \frac{20 + 8}{100} = 0.28$$

Предельная ошибка выборки при вероятности  $p=0,954$   $t=2$  составит:

$$\Delta_w = t \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = 2 \sqrt{\frac{0,28(1-0,28)}{800} \left(1 - \frac{100}{1000}\right)} = 0,085$$

Устанавливаем доверительные интервалы для генеральной доли:

$$w - \Delta_w \leq p \leq w + \Delta_w$$

$$0.28 - 0.085 \leq p \leq 0.28 + 0.085$$

$$0.195 \leq p \leq 0.365$$

$$19.5\% \leq p \leq 36.5\%$$

С вероятностью 0,954 можно гарантировать, что доля рабочих предприятия имеющих месячный доход 1400 руб. и выше, находится в пределах от 19,5 до 36,5 %.

Необходимая численность выборки для определения среднего месячного дохода определяется по формуле:

$$n = \frac{t^2 \sigma^2 N}{\Delta_x^2 N + t^2 \sigma^2} = \frac{2^2 \cdot 93184 \cdot 1000}{50^2 \cdot 1000 + 2^2 \cdot 93184} = 130 \text{чел.}$$

Необходимая численность выборки для определения доли рабочих, имеющих доход 1400 руб. и выше, определяется по формуле:

$$n = \frac{t^2 w(1-w) \cdot N}{\Delta_w^2 \cdot N + t^2 w(1-w)} = \frac{2^2 \cdot 0.28(1-0.28) \cdot 1000}{0.02^2 \cdot 1000 + 2^2 \cdot 0.28(1-0.28)} = 336 \text{чел.}$$

**Задача 5.** На основании выборочного обследования в отделении связи города предполагается определить долю писем частных лиц в общем, объёме отправляемой корреспонденции. Никаких предварительных данных об удельном весе этих писем в общей массе отправляемой корреспонденции не имеется.

Требуется определить численность выборки, если результаты выборки дать с точностью до 1 % и гарантировать это с вероятностью 0,95.

Решение

По условию задачи известны:

$$\Delta_w = 1\% \text{ или } 0,01$$

$$p = 0.95t = 1.96$$

Так как значение  $w$  не дано, то следует ориентироваться на наибольшую дисперсию, которой соответствует значение  $w=0.5$

Необходимая численность выборки составит:

$$n \frac{t^2 w(1-w)}{\Delta_w^2} = \frac{1.96^2 \cdot 0.5 \cdot 0.5}{0.01^2} = 9604$$

Следовательно, чтобы с заданной точностью определить долю частных писем в общем, объёме отправляемой корреспонденции необходимо в порядке случайной выборки отобрать 9604 письма.

## **Задания для практической работы**

**Задача 1.** Используя данные обследования представленные в задаче 40, определите:

- долю числа изделий имеющих вес готового изделия 510г. и более гарантуя результат с вероятностью 0,997;

- необходимую численность выборки при определении доли числа изделий с весом готового изделия 510г. и выше, чтобы с вероятностью 0,954 предельная ошибка не превышала 4 %.

**Задача 2.** Методом механического отбора проведено 5 % обследование веса расфасованного груза (мешки муки). Распределение 60 отобранных мешков по весу дало следующие результаты:

| Вес мешка, кг. | До 45 | 45 - 50 | 50 - 55 | 55 - 60 | 60 и более |
|----------------|-------|---------|---------|---------|------------|
| Число мешков   | 3     | 6       | 40      | 7       | 4          |

Определите:

- средний вес одного мешка муки в выборке;
- долю мешков муки, вес которых не превышает 50кг. в выборке;
- с вероятностью 0,997 пределы, в которых может быть гарантирован средний вес мешка муки во всей партии и доли мешков с весом менее 50 кг.;
- отклонение фактического объема полученного груза от объявленного (1вагон - 60тонн).

**Задача 3.** При выборочном бесповторном собственно-случайном отборе получены следующие данные о недовесе коробок конфет, весом 20 кг.:

| Недовес 1 коробки (кг.)     | 0,4 - 0,6 | 0,6 - 0,8 | 0,8 - 1,0 | 1,0 - 1,2 | 1,2 - 1,4 |
|-----------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Число обследованных коробок | 10        | 18        | 40        | 20        | 12        |

Определите:

- средний недовес коробок конфет и с вероятностью 0,954 установите возможные пределы выборочной средней для всей партии, состоящей из 1000 единиц;
- с вероятностью 0,683 ( $t=1.0$ ) пределы отклонения доли коробок с недовесом до 1 кг.;
- какова должна быть численность выборки, чтобы ошибка доли не превышала 10 % (с вероятностью 0,954)?

**Задача № 4.** Для анализа структуры вкладов населения было проведено выборочное бесповторное собственно-случайное обследование 10% банковских вкладов. В результате получено следующее распределение:

| Размер вклада, тыс. руб. | До 1,0 | 1,0 - 5,0 | 5,0 - 10,0 | 10,0 - 15,0 | 15,0 и более |
|--------------------------|--------|-----------|------------|-------------|--------------|
| Количество вкладов, %    | 10,0   | 20,0      | 35,0       | 15,0        | 20,0         |

Определите:

- средний размер вклада и с вероятностью 0,954 установите возможные пределы выборочной средней для всей совокупности вкладов населения;
- с вероятностью 0,683 определите пределы отклонения доли вкладов свыше 15 тыс. руб.

**Задача 5.** Дорасчёт ВВП провели с использованием распределения малых предприятий региона по объёму выпуска продукции (работ, услуг), полученного на основе 10% механического наблюдения:

| Группы предприятий по объёму выпуска продукции (работ, услуг), тыс. руб. | Число предприятий |
|--|-------------------|
| До 100,0   | 84                |
| 100,0 - 200,0  | 156               |
| 200,0 - 300,0  | 492               |
| 300,0 - 400,0  | 324               |
| 400,0 - 500,0  | 108               |
| 500,0 и более  | 36                |
| Итого:   | 1200              |

Определите:

- 1) по предприятиям, включённым в выборку:
  - а) средний размер произведённой продукции (работ, услуг) на одно предприятие;
  - б) долю предприятий с объёмом производства продукции (работ, услуг) более 400 тыс. руб.;
- 2) в целом по региону с вероятностью 0,954 пределы, в которых можно ожидать:
  - а) средний объём производства продукции (работ, услуг) на одно предприятие;
  - б) долю предприятий с объёмом производства продукции более 400 тыс. руб.

**Задача 6.** Для изучения безработицы в регионе была проведена 5% механическая выборка, которая дала следующие результаты:

| Группы безработных по продолжительности отсутствия работы, мес. | Число безработных |
|---|-------------------|
| до 3  | 6                 |
| 3 - 6   | 21                |
| 6 - 9   | 70                |
| 9 - 12  | 115               |
| 12 - 15   | 60                |
| 15 - 18   | 21                |
| 18 и более  | 7                 |

Определите:

- 1) среднюю продолжительность отсутствия работы у опрошенных;
- 2) долю лиц, не имеющих работу больше 1 года;
- 3) с вероятностью 0,954 пределы, в которых можно ожидать среднюю продолжительность безработицы и долю безработных более 1 года в генеральной совокупности;
- 4) Необходимую численность выборки при определении средней продолжительности отсутствия работы, чтобы с вероятностью 0,997 предельная ошибка выборки не превысила 3 месяцев.

**Задача 7.** В коммерческом банке в порядке собственно-случайной выборки обследовано 5% кредитных договоров, в результате чего установлено:

| Группы договоров со ссудозаемщиками по размеру кредита, млн. руб. | Число договоров со ссудозаемщиками |
|---|------------------------------------|
| До 20,0   | 47                                 |
| 20,0 - 60,0   | 117                                |
| 60,0 - 140,0  | 105                                |
| 140,0 - 300,0   | 47                                 |
| 300,0 и более   | 34                                 |
| Итого:  | 350                                |

Определите:

- 1) по договорам, включённым в выборку:
  - а) средний размер выданного ссудозаемщикам кредита;
  - б) долю ссудозаемщиков, получивших кредит в размере более 300 млн. руб.;
- 2) с вероятностью 0,954 пределы, в которых можно ожидать средний размер выданного ссудозаемщикам кредита и доли ссудозаемщиков, получивших кредит в размере более 300 млн. руб. в целом по отделению банка.

**Задача 8.** Определите границы изменения среднего значения признака в генеральной совокупности, если известно следующее её распределение, основанное на результатах повторного выборочного обследования:

| Группы значений признака, усл. ед. | Число единиц выборочной совокупности, входящих в данный интервал |
|------------------------------------|--|
| до 4                               | 8  |
| 4 - 8                              | 15   |
| 8 - 12                             | 46   |
| 12 - 16                            | 20   |
| 16 - 20                            | 11   |
| Итого:                             | 100  |

Уровень доверительной вероятности установите самостоятельно.

**Задача 9.** Партия роз, поступивших из Голландии, количеством 2000 штук была подвергнута выбраковке. Для этого было обследовано 200 роз, отобранных при помощи механического способа отбора. Среди обследованных обнаружено 80 бракованных.

Определите с вероятностью 0,997 возможный размер убытка от некачественной транспортировки, если цена приобретения розы 30 руб.

**Задача 10.** Для определения зольности угля месторождения в порядке случайной повторной выборки взято 200 проб. В результате лабораторных исследований установлена средняя зольность угля в выборке 17% при среднем квадратическом отклонении 3%. С вероятностью 0,954 определите пределы, в которых находится средняя зольность угля месторождения.

**Задача 11.** В результате случайной выборки в городе предполагается определить долю семей с числом детей три и более.

Какова должна быть численность выборки, чтобы с вероятностью 0,954 ошибка выборки не превышала 0,03, если на основе предыдущих обследований известно, что дисперсия равна 0,4.

**Задача 12.** Определите, какова должна быть численность выборки, если размер ошибки выборки не должен превышать 0,1, а дисперсия равна 1,44 при вероятности 0,95 ( $p=0,95$   $t=1.96$ )?

**Задача 13.** Какова должна быть численность выборки, если с вероятностью 0,954 гарантировать, что размер ошибки выборки не превысит 0,1.

При этом установлено, что дисперсия или средний квадрат отклонений  $(\sigma^2)$  равен 2,25.

**Задача 14.** Произведено выборочное наблюдение партии однородной продукции для определения процента изделий высшего сорта.

При механическом способе отбора из партии готовых изделий в 20000 единиц было обследовано 800 единиц, из которых 640 изделий отнесли к высшему сорту.

Определите с вероятностью 0,997 возможный процент изделий высшего сорта во всей партии.

**Задача 15.** Из партии готовой продукции в порядке механической повторной выборки проверено 400 изделий и установлено, что 80 % из них соответствует первому сорту.

С вероятностью 0,954 определите долю (процент) продукции первого сорта во всей партии.

**Задача 16.** Из партии готовой продукции в порядке механической бесповторной выборки проверено 400 изделий и установлено, что 80 % из них соответствует первому сорту.

С вероятностью 0,954 определите долю (процент) продукции первого сорта во всей партии, состоящей из 2000 изделий.

**Задача 17.** В порядке случайной выборки обследован дневной надой молока 50 коров. Результаты обследования приведены в таблице:

| Дневная удойность, кг. | Количество коров |
|------------------------|------------------|
| 10 – 14                | 5                |
| 14 – 18                | 15               |
| 18 – 22                | 20               |
| Свыше 22               | 10               |
| Итого                  | 50               |

Определить:

- 1) средний надой молока от одной коровы;
- 2) среднюю ошибку выборки;
- 3) вероятность того, что при определении выборочного среднего надоя молока допущена ошибка, не превышающая 1 кг. ( $P = ?$ ).

## *Практическое занятие № 12*

**Тема: Уравнение регрессии, определение его параметров. Изучение тесноты корреляционной связи**

**Цель:** Сформировать умения по измерению силы или тесноты связи, уметь рассчитать параметры корреляционного уравнения, определять коэффициент корреляции, применять корреляционный анализ связей для исследования общественных явлений

### **МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

Исследование объективно существующих связей между явлениями - важнейшая задача теории статистики. Выявление связей между общественными явлениями имеет не только теоретическое, но и практическое значение.

Корреляционный анализ, использованный научно, приносит большую пользу в исследовании общественных явлений. При функциональной зависимости значению одной переменной величины соответствует вполне определенное значение другой переменной.

Корреляционная связь характеризуется тем, что каждому значению одной переменной величины могут соответствовать несколько значений другой.

Статистическое измерение связи решает две задачи: определяет форму связи - регрессивный анализ; устанавливает тесноту связи - корреляционный анализ.

По аналитическому выражению в математической статистике различают несколько форм связей между изучаемыми явлениями: прямолинейную, криволинейную, парную и множественную.

По направлению связь бывает прямая и обратная. Методами изучения корреляционных связей являются: корреляционный анализ, абсолютное изменение результативного признака, определение общего объема вариации результативного признака, определение тесноты связи между признаками (коэффициент корреляции).

#### **Задание1**

Используя данные по 10 - 15 хозяйствам о продуктивности коров и расходе кормов (к. ед.) на 1 ц молока, постройте уравнение корреляционной связи, решите его и исчислите коэффициент корреляции.

| № хозяйств | Валовой сбор, тыс. т | Посевная площадь зерновых культур,га | Внесено минеральных удобрений на 1 га, кг |
|------------|----------------------|--------------------------------------|---|
| 1          | 2                    | 3                                    | 4   |
| 1          | 6,0                  | 4,0                                  | 30  |
| 2          | 4,6                  | 2,0                                  | 33  |
| 3          | 4,4                  | 3,1                                  | 20  |
| 4          | 4,5                  | 3,2                                  | 25  |
| 5          | 5,5                  | 3,4                                  | 29  |
| 6          | 4,8                  | 3,5                                  | 20  |
| 7          | 5,1                  | 3,7                                  | 21  |
| 8          | 5,2                  | 3,2                                  | 20  |

|    |     |     |    |
|----|-----|-----|----|
| 9  | 7,0 | 3,9 | 35 |
| 10 | 5,3 | 3,5 | 30 |
| 11 | 7,5 | 5,0 | 35 |
| 12 | 7,7 | 3,7 | 30 |
| 13 | 7,3 | 5,0 | 40 |
| 14 | 7,0 | 3,8 | 42 |
| 15 | 6,7 | 5,0 | 39 |

### **Задание 2.**

В таблице 1 представлены темпы прироста (%) следующих макроэкономических показателей десяти развитых стран мира: ВНП ( $x_1$ ), промышленного производства ( $x_2$ ), индекса цен ( $x_3$ ) и доли безработных ( $x_4$ ).

Таблица № 1.

| Страна         | X <sub>1</sub> | X <sub>2</sub> | X <sub>3</sub> | X <sub>4</sub> |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| Япония         | 3,5            | 4,3            | 2,1            | 2,3            |
| США            | 3,1            | 4,6            | 3,9            | 6,3            |
| Германия       | 2,2            | 2,0            | 3,4            | 5,1            |
| Франция        | 2,7            | 3,1            | 2,9            | 9,7            |
| Италия         | 2,7            | 3,0            | 5,6            | 11,1           |
| Великобритания | 1,6            | 1,4            | 4,0            | 9,5            |
| Канада         | 3,1            | 3,4            | 3,0            | 10,0           |
| Австралия      | 1,8            | 2,6            | 4,0            | 2,6            |
| Бельгия        | 2,3            | 2,6            | 3,4            | 8,9            |
| Нидерланды     | 2,3            | 2,4            | 3,5            | 6,4            |

Требуется:

- 1) Найти оценку коэффициента корреляции между темпами прироста ВНП ( $x_1$ ) и промышленного производства ( $x_2$ ), при  $\alpha=0,05$  проверить его значимость, а при  $\gamma=0,923$  найти его интервальную оценку;
- 2) Оценить тесноту связи между  $x_1$  и  $x_3$ , при  $\alpha=0,05$  проверить значимость коэффициента корреляции между этими показателями, а при  $\gamma=0,857$  найти интервальную оценку для  $p_{13}$ ;
- 3) Найти точечную и интервальную оценку коэффициента корреляции  $x_2$  по  $x_3$ , приняв  $\gamma=0,95$ ;
- 4) Определить долю дисперсии  $x_2$ , обусловленную влиянием  $x_4$ ;
- 5) При  $\alpha=0,05$  проверить значимость, а при  $\gamma=0,888$  найти интервальную оценку коэффициента корреляции между  $x_3$  и  $x_4$ .

### **Задание 3.**

Ответьте на контрольные вопросы:

1. Виды связей между признаками;
2. Назначение и преимущества корреляционного метода связей;
3. Формы связи;
4. Измерение силы или тесноты связи;

## *Практическое занятие № 13*

### **Тема: Построение уравнения линейной регрессии**

**Цель:** - научиться производить расчет параметров уравнения линейной регрессии.

**Обеспечение:**

- задание для выполнения работы, статистические данные для расчета параметров уравнения.

**В результате выполнения данной работы у студента должны формироваться общие и профессиональные компетенции.**

**В результате выполнения данной работы студент должен**

**уметь:**

- рассчитывать параметры уравнения линейной регрессии и строить уравнение.

**знать:**

- методы оценки связи с помощью уравнения линейной регрессии.

Основной частью практической работы со студентами является закрепление приемов и методов изучения тесноты связи на основе заранее подготовленной преподавателем исходной информации, содержащей индивидуальные данные.

### **МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

Вспомним, что для количественного описания взаимосвязей между экономическими переменными в статистике используют методы регрессии и корреляции.

Регрессия - величина, выражающая зависимость среднего значения случайной величины  $Y$  от значений случайной величины  $X$ .

Уравнение регрессии выражает среднюю величину одного признака как функцию другого.

Линия регрессии - график функции  $Y = f(X)$ .

Линейная - регрессия, применяемая в статистике в виде четкой экономической интерпретации ее параметров:  $Y = a + b * X + E$ ;

Парная регрессия - регрессия между двумя переменными  $Y$  и  $X$ , т.е. модель вида:  $Y = f(X) + E$ , где  $Y$  - зависимая переменная (результативный признак);  $X$  - независимая, объясняющая переменная (признак-фактор);  $E$  - возмущение, или стохастическая переменная, включающая влияние неучтенных факторов в модели. В случае парной линейной зависимости строится регрессионная модель по уравнению линейной регрессии. Параметры этого уравнения оцениваются с помощью процедур, наибольшее распространение получил метод наименьших квадратов.

Метод наименьших квадратов (МНК) - метод оценивания параметров линейной регрессии, минимизирующий сумму квадратов отклонений наблюдений зависимой переменной от искомой линейной функции.

Экономический смысл параметров уравнения линейной парной регрессии. Параметр  $b$  показывает среднее изменение результата  $Y$  с изменением фактора  $X$  на единицу. То есть МНК заключается в том, чтобы определить  $a$  и  $b$ , так, чтобы сумма квадратов разностей фактических  $Y$  и  $\hat{Y}$  вычисленных по этим значениям  $a_0$  и  $a_1$  была минимальной:

***Способ наименьших квадратов дает систему двух нормальных уравнений для нахождения параметров  $a_0$  и  $a_1$ :***

$$\begin{cases} a_0n + a_1 \sum t = \sum y; \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 = \sum ty, \end{cases}$$

*Решение системы уравнений позволяет получить выражения для параметров  $a_0$  и  $a_1$ :*

$$a_0 = \frac{\sum t^2 \cdot \sum y - \sum t \cdot \sum yt}{n \sum t^2 - \sum t \cdot \sum t};$$

$$a_1 = \frac{n \sum ty - \sum t \cdot \sum y}{n \sum t^2 - \sum t \cdot \sum t}.$$

## *Литература*

*Основные источники:*

1. Статистика: Учебник для студентов учреждений СПО/ Под ред. В.С. Мхитаряна.- М.: Издательский центр «Академия», 2013.- 372с.
2. Практикум по теории статистики под ред. Р.А. Шмойловой - М.: Финансы и статистика, 2013

*Дополнительные источники:*

1. Статистика. Мхитарян В.С., Дуброва Т.Л., Минашкин В.С. и др. М.: Академия, 2009
2. Основы статистики: Учеб. пособие Рафикова Н.Т. М.: Финансы и статистика, 2005. – 352 с.
3. Теория статистики под ред. Р.А. Шмойловой М. М.:Финансы и статистика, 2010
4. Общая тория статистики Елисеева И.И. М.: Финансы и статистика, 2010
5. Статистика: Учеб. Пособие Багат А. В., Конкин М.М. М.: Финансы и статистика, 2005.
6. Статистика. Учеб. Пособие Гришин А. Ф. М.: Финансы и статистика, 2003
7. Статистика: Курс лекций Харченко Л. П., Долженкова В.Г.Новосибирск: Изд-во НГАЭиУ, М.: ИНФРА-М, 2000
8. Методические указания для обучающихся по выполнению внеаудиторной самостоятельной работы.
9. Методические указания для обучающихся по проведению практических занятий.

**Интернет-ресурсы:** (Перечень адресов интернет-ресурсов с кратким описанием)

1. <http://www.gks.ru> (государственный комитет РФ по статистике)
2. <http://www.cbr.ru> (Центральный банк РФ)
3. <http://www.minfin.ru> (Министерство финансов РФ)
4. <http://www.micex.ru> (ММВБ)
5. <http://www.akm.ru> (АК&М)
6. <http://www.rbc.ru> (РосБизнесКонсалтинг)
7. <http://www.nalog.ru> (Министерство РФ по налогам и сборам)
8. <http://www.rts.ru> (РТС)
9. <http://www.fedcom.ru> (Федеральная комиссия по рынку ценных бумаг)
10. <http://www.akdi.ru> (Экономика и жизнь: агентство консультаций и деловой информации)